

DİZİLER VE SERİLER

DİZİ:

A boş olmayan herhangi bir küme
 $f: N^+ \rightarrow A$ tanımlı fonksiyona DİZİ denir.
 $n \in N^+$ için
 $f(n) = a_n$ şeklinde gösterilir. a_n ifadesine
dizinin genel terimi denir.
 $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$ dir.

ÖRNEK

$$(2n) = (2, 4, 6, \dots, 2n..)$$

$$(n^2) = (1, 4, 9, \dots, n^2 ..)$$

SONLU DİZİ

$k \in N^+$ olmak üzere $A = \{1, 2, 3, \dots, k\}$
kümesi verilmiş olsun. $A \subset N^+$ olduğundan
 $f: A \rightarrow B$ tanımlı fonksiyona SONLU DİZİ
denir.

$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$ şeklinde gösterilir

ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ olmak üzere

$f: A \rightarrow R$ $f(n) = n - 2$ sonlu dizinin terimlerini
bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f(1) = 1 - 2 = -1 \quad f(2) = 2 - 2 = 0 \quad f(3) = 3 - 2 = 1$$

$$f(4) = 4 - 2 = 2 \text{ olduğundan}$$

$$(n-2) = (-1, 0, 1, 2) \text{ bulunur.}$$



* Bir dizinin genel terimi verilmişse o
dizi belirlidir. Dizinin birkaç teriminin
verilmesi ile dizi belirtilmiş olmaz
* Her dizinin sonsuz çoklukta terimi
vardır.

ÖRNEK

Aşağıdakilerden hangileri bir gerçel sayı
dizisinin genel terimi olabilir.

A) 4

B) $n-5$

C) $\sqrt{n+6}$

D) $\sqrt{3n-11}$

E) $\frac{n+2}{n-4}$

ÇÖZÜM

$\sqrt{3n-11} \in R$ ise $3n-11 \geq 0$ olmalı oysa $n=1$
için $3n-11 = -8$ olur dolayısıyla dizi
belirtmez.

$\frac{n+2}{n-4}$ dizisinde $n=4$ için payda sıfır olur
dolayısıyla dizi belirtmez.

ÖRNEK

$(a_n) = 3n-2$ dizisinin ilk üç teriminin
toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$(a_1) = 3 \cdot 1 - 2 = 1$, $(a_2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4$, $(a_3) = 3 \cdot 3 - 2 = 7$
dolayısıyla ilk üç terimin toplamı

$$1 + 4 + 7 = 12 \text{ olur.}$$



Dizilerde n her zaman 1'den başlar.

ÖRNEK

$(a_n) = \sum_{k=1}^n 3k$ dizisinin 4.terimini bulunuz?

ÇÖZÜM

$$a_4 = \sum_{k=1}^4 3k = 3 + 6 + 9 + 12 = 30$$

ÖRNEK

$(a_n) = \prod_{k=1}^n k$ dizisinin 5.terimini bulunuz?

ÇÖZÜM

$$(a_5) = \prod_{k=1}^5 k = 1.2.3.4.5 = 120 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$(a_n) = 3n+5$ dizisinin kaçınıcı terimi 23 olur?

ÇÖZÜM

$$3n+5=23 \Rightarrow 3n=18, n=6 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$(a_n) = \frac{3n+9}{n+1}$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır.

ÇÖZÜM

$$(a_n) = \frac{3n+9}{n+1} = 3 + \frac{6}{n+1}, \quad n=1, n=2 \text{ ve } n=5 \text{ için } \frac{6}{n+1} \text{ ifadesi tamsayı olur. Dolayısıyla cevap 3 olur}$$

ÖRNEK

$(a_n) = \frac{2n-11}{n+3}$ dizisinin kaç terimi negatiftir?

ÇÖZÜM

$$n \geq 1 \text{ ve } 2n-11 < 0 \Rightarrow 2n < 11$$

$n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ yani 5 tane terimi negatiftir.

ÖRNEK

Genel terimi $(a_n) = \begin{cases} 2n+1, n \text{ tek} \\ n^2-1, n \text{ çift} \end{cases}$

ise $a_3 + a_4 = ?$

ÇÖZÜM

$$a_3 = 2.3+1 = 7 \quad a_4 = 4^2-1 = 15 \\ 7+15=22 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$a_{n+1} = a_n + n$ ve $a_3 = -1$ ise a_5 kaçtır?

ÇÖZÜM

$$n=3 \text{ için } a_4 = a_3 + 3 = -1+3 = 2$$

$$n=4 \text{ için } a_5 = a_4 + 4 = 2+4 = 6 \text{ olur.}$$

SIRA SİZDE

ÖRNEK

Aşağıdakilerden hangileri bir gerçel sayı dizisinin genel terimim olamaz.

$$A) -5 \quad B) 3-n \quad C) \sqrt{n-5} \quad D) \sqrt[3]{2n-7}$$

$$E) \frac{2n-3}{n+1} \quad F) \frac{2n-3}{n-6}$$

Cevap (C ve F)

ÖRNEK

$(a_n) = 5-2n$ dizisinin ilk dört teriminin toplamını bulunuz.

ÖRNEK

Cevap (0)

$(a_n) = \frac{3n-2}{n+1}$ dizisinin kaçınıcı terimi 2 olur?

Cevap (4)

ÖRNEK

$(a_n) = \frac{3n-22}{n+1}$ dizisinin kaç terimi negatiftir?

Cevap (7)

ÖRNEK

$(a_n) = \frac{2n-18}{n+3}$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

Cevap (5)

ÖRNEK

$(a_n) = \frac{n-1}{n+3}$ dizisinin kaçınıcı terimi $\frac{1}{2}$ olur?

Cevap (5)

ÖRNEK

Genel terimi $(a_n) = \begin{cases} 2n+1, n \equiv 0 \pmod{3} \\ n+3, n \equiv 1 \pmod{3} \\ n^2-1, n \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$

Olan dizisinde $a_5 + a_6 + a_7$ ifadesini bulunuz?

Cevap (47)

ÖRNEK

$(a_n) = \frac{n-1}{2n+5}$ dizisinin kaç terimi $\frac{1}{3}$ 'ten küçüktür?

Cevap (7)

ÖRNEK

$a_{n+2} = a_n + n$ ve $a_2 = -1$ ise a_6 kaçtır?

Cevap (5)

ÖRNEK

$(a_n) = \sum_{k=1}^n k^2$ dizisinin 4.terimini bulunuz?

Cevap (30)

SABİT DİZİ

$c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_n = c$ ise (a_n) dizisine SABİT DİZİ denir.
 $(a_n) = (c, c, c, \dots, c, \dots) = (c)$ biçiminde gösterilir.

ÖRNEK

$(a_n) = (3)$ dizisi sabit dizidir
 $a_1 = 3, a_2 = 3, \dots, a_n = 3$

ÖRNEK

$(a_n) = \left(\frac{3n+6}{2n+k}\right)$ dizisi sabit dizi ise
 $(a_3) + k = ?$

ÇÖZÜM

(a_n) sabit dizi ise $\frac{3}{2} = \frac{6}{k} \Rightarrow 3k = 12 \Rightarrow k = 4$
 Olur. $(a_n) = \frac{3}{2}, (a_3) + k = \frac{3}{2} + 4 = \frac{11}{2}$

EŞİT DİZİLER

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_n = b_n$ ise (a_n) dizisi (b_n) dizisine eşit olur. $(a_n) = (b_n)$ ise
 $a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_n = b_n$

ÖRNEK

$(a_n) = \left(\frac{4n-5}{n+2}\right), (b_n) = \left(4 + \frac{m}{n+2}\right)$
 $a_n = b_n$ ise m kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_n = b_n$ ise $a_1 = b_1$ olur $\left(\frac{4 \cdot 1 - 5}{1+2}\right) = \left(4 + \frac{m}{1+2}\right)$
 $\frac{-1}{3} = 4 + \frac{m}{3} \Rightarrow \frac{-1}{3} = \frac{12+m}{3} \Rightarrow m = -13$

ALT DİZİ

Bir (a_n) dizisi verilmiş olsun.
 $\forall x_n \in \mathbb{N}^+$ için

$1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n \leq x_{n+1}$ olmak üzere (a_n) dizisinde n yerine (x_n)

yazılarak elde edilen (a_{x_n}) dizisine (a_n) dizisinin ALT DİZİSİ denir.

$(a_{x_n}) \subset (a_n)$ şeklinde yazılır. her dizi kendisinin bir alt dizisidir.

ÖRNEK

$(a_n) = 3n-1, (b_n) = 6n-1$ ise $(b_n) \subset (a_n)$ dır.
 (a_n) dizisinde n yerine $2n$ yazılarak (b_n) dizisi elde edilmiştir.

ÖRNEK

$(a_n) = \left(\frac{3n-2}{n+1}\right)$ ise (a_{n+2}) alt dizisini bulunuz?

ÇÖZÜM

n yerine $n+2$ yazılırsa

$(a_{n+2}) = \left(\frac{3(n+2)-2}{n+2+1}\right) = \left(\frac{3n+4}{n+3}\right)$ olur.

ÖRNEK

$(a_{3n+2}) = (n^2 - 3)$ ise a_5 kaçtır?

ÇÖZÜM

$3n+2=5$ ise $3n=3, n=1$ olur
 $a_5 = 1^2 - 3 = -2$ olur.

ÖRNEK

$(a_{2n+1}) = (4n+3)$ ise (a_n) dizisini bulunuz?

ÇÖZÜM

$k = 2n+1 \Rightarrow n = \frac{k-1}{2}$

$a_k = 4 \cdot \frac{k-1}{2} = 2k-2 \Rightarrow (a_n) = (2n-2)$

Kısacası n yerine fonksiyonlarda olduğu gibi $2n+1$ tersi $\frac{n-1}{2}$ yazılır.

ÖRNEK

$(a_n) = \frac{2n+1}{n+2}$ aşağıdakilerden hangisi (a_n) dizisinin alt dizisi değildir?

A) $(b_n) = \frac{2n^2+1}{n^2+2}$ B) $(c_n) = \frac{2n+3}{n+4}$

C) $(d_n) = \frac{4n+1}{2n+2}$ D) $(e_n) = \frac{2n-3}{n}$

E) $(f_n) = \frac{4n-1}{2n+1}$

ÇÖZÜM

$$(a_n) = \frac{2n+1}{n+2} = (1, \frac{5}{4}, \frac{7}{5}, \frac{9}{6}, \frac{11}{7}, \dots)$$

D seçeneği incelendiğinde

$$(e_n) = \frac{2n-3}{n} = (-1, \frac{1}{2}, 1, \frac{5}{4}, \dots)$$

$-1 \notin (a_n)$ olduğundan $(e_n) \not\subset (a_n)$

DİZİLERDE İŞLEMLER

(a_n) ve (b_n) gerçel sayı dizileri verilmiş olsun $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere

1. $k \cdot (a_n) = (k \cdot a_n)$

2. $(a_n) \pm (b_n) = (a_n \pm b_n)$

3. $(a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n)$

4. $\forall x_n \in \mathbb{N}^+$ için $b_n \neq 0$ $\frac{(a_n)}{(b_n)} = (\frac{a_n}{b_n})$

ÖRNEK

$$(a_n) = (2n+5), (b_n) = (7-2n) \text{ ise}$$

$$(a_n + b_n) = (2n+5+7-2n) = (12) \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$(a_n) = (\frac{3n+1}{n+3}), (b_n) = (\frac{2n-1}{n+2})$ ise $(a_2 \cdot b_3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$(a_2 \cdot b_3) = (a_2) \cdot (b_3) = \frac{3 \cdot 2 + 1}{2 + 3} \cdot \frac{2 \cdot 3 - 1}{3 + 2} = \frac{7}{5} \cdot \frac{5}{5} = \frac{7}{5}$$

SIRA SİZDE

ÖRNEK

$(a_n) = (\frac{2n+6}{4n+k})$ dizisi sabit dizi ise $(a_3) \cdot k = ?$

C(6)

ÖRNEK

$(a_n) = (\frac{2n+7}{n+2}), (b_n) = (2 + \frac{m}{n+2})$
 $a_n = b_n$ ise m kaçtır?

C(3)

ÖRNEK

$(a_n) = (\frac{n^2-4}{n+1})$ ise (a_{n+2}) alt dizisini bulunuz?

$$C(\frac{n^2+2n}{n+3})$$

ÖRNEK

$(a_{2n-1}) = (6n - 2)$ ise (a_n) dizisini bulunuz?

C(3n+1)

ÖRNEK

$(a_{n+1}) = (a_n) + n$, $(a_2) = 3$ ise $(a_5) = ?$

C(12)

ÖRNEK

$(a_n) = (3n + 4)$, $(b_n) = (kn - 2)$

$(a_n + b_n)$ sabit dizi olduğuna göre $(a_k) = ?$

C(-5)

ÖRNEK

$(a_n) = (\frac{3n+1}{n+3})$, $(b_n) = (\frac{2n-1}{n+2})$ ise $(\frac{a_1 \cdot b_3}{a_4})$

ifadesinin değeri kaçtır?

C($\frac{7}{13}$)**MONOTON DİZİLER**

Herhangi bir (a_n) dizisinde $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için

1. $a_{n+1} - a_n < 0$ ise (a_n) MONOTON AZALANDIR.
2. $a_{n+1} - a_n > 0$ ise (a_n) MONOTON ARTANDIR.
3. $a_{n+1} - a_n \leq 0$ ise (a_n) MONOTON ARTMAYANDIR.
4. $a_{n+1} - a_n \geq 0$ ise (a_n) MONOTON AZALMAYANDIR.
5. $a_{n+1} - a_n = 0$ ise (a_n) MONOTONDUR(sabit dizidir)



Bir (a_n) dizisi rtan yada azalan ise bu diziye MONOTON dizi denir.

ÖRNEK

$(a_n) = (2n-1) = (1, 3, 5, \dots, 2n-1, \dots)$ dizisi monoton artandır.(dikkat ederseniz terimler sürekli artıyor)

ÖRNEK

$(b_n) = (\frac{2}{n}) = (2, 1, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \dots, \frac{2}{n}, \dots)$ dizisi monoton azalandır.(dikkat ederseniz terimler sürekli azalıyor)

ÖRNEK

$$a_n = \begin{cases} \frac{n-1}{2}, n \text{ tek ise} \\ \frac{n}{2}, n \text{ çift ise} \end{cases}$$

$(a_n) = (0, 1, 1, 2, 2, \dots)$ dizisi monoton azalmayandır.

a,b,c,d gerçel sayılar olmak üzere

Genel terimleri

$$(a_n) = \left(\frac{an+b}{cn+d}\right) \text{ olan dizilerinde}$$

1. $-\frac{d}{c} > 1$ ise dizi ne artan ne azalandır. yani dizi monoton değildir.

2. $-\frac{d}{c} < 1$ ise dizi monotondur.

ad-bc>0 ise monoton artandır.

ad-bc<0 ise monoton azalandır.

ad-bc=0 ise sabit dizidir.

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\frac{2n+3}{3n-5}\right) \text{ dizisi monoton değil çünkü}$$

$$c=3, d=-5 \text{ olduğundan } -\frac{5}{3} = \frac{5}{3} > 1 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\frac{n+3}{3n+1}\right) \text{ dizisi monoton}$$

azalandır. çünkü

$$a=1, b=3, c=3 \text{ ve } d=1 \text{ 'dir. } -\frac{d}{c} = -\frac{1}{3} < 1$$

$$ad-bc=1.1-3.3=1-9=-8<0$$

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\frac{kn+3}{5-2n}\right) \text{ dizisi monoton artan}$$

olması için k ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$a=k, b=3, c=-2, d=5$$

$$5.k-3(-2) < 0 \text{ olmalıdır. } 5.k+6 < 0$$

$$5k < -6 \Rightarrow k < -\frac{6}{5} \text{ olur.}$$

ARİTMETİK DİZİ

Ardışık iki terimi arasındaki fark sabit olan dizilere denir.

$$\forall n \in \mathbb{N}^+ \text{ için}$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = a_n - a_{n-1} = r$$

ise (a_n) bir aritmetik dizidir.

Bir aritmetik dizinin birinci terimi a_1 ortak farkı r ise bu dizinin terimleri

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_3 + r = a_1 + 3r$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

O halde aritmetik dizinin genel terimi,

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

ÖRNEK

Birinci terimi 2 ve ortak farkı 5 olan aritmetik dizinin genel terimini bulunuz?

ÇÖZÜM

$$a_1=2 \quad r=5$$

$$a_n = a_1 + (n-1).r = 2 + (n-1).5$$

$$a_n = 2 + 5n - 5 = 5n - 3$$

ÖRNEK

Üçüncü terimi 5, ortak farkı 3 olan aritmetik dizinin genel terimini bulunuz?

ÇÖZÜM

$$a_3 = 5 \quad r=3$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$5 = a_1 + 2.3 \Rightarrow 5 = a_1 + 6 \Rightarrow a_1 = -1$$

$$a_n = a_1 + (n-1).r = -1 + (n-1).3$$

$$a_n = -1 + 3n - 3 = 3n - 4$$

$$a_n = a_p + (n - p) \cdot r$$

$$r = \frac{a_n - a_p}{n - p}$$

ÖRNEK

$$a_{20} = a_5 + 15 \cdot r$$

$$a_{17} = a_8 + 9 \cdot r$$

$$a_{30} = a_{11} + 19 \cdot r$$

ÖRNEK

Yedinci terimi 11 ve ortak farkı 2 olan aritmetik dizinin 20.terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

$$a_7 = 11 \quad r=2$$

$$a_{20} = a_7 + 13 \cdot r = 11 + 13 \cdot 2 = 37$$

Bir aritmetik dizide her terim kendisinden eşit uzaklıktaki terimlerin aritmetik ortalamasıdır.

$$a_p = \frac{a_{p-k} + a_{p+k}}{2}$$

ÖRNEK

Bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi $x-1,5$ ve $x+3$ olduğuna göre x kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{x-1+x+3}{2} = 5 \Rightarrow \frac{2x+2}{2} = 5$$

$$2x+2=10 \Rightarrow 2x=8 \Rightarrow x=4$$

ÖRNEK

Bir aritmetik dizide $a_3 + a_{11} = 24$ ise $a_7 = ?$

ÇÖZÜM

$$\frac{a_3 + a_{11}}{2} = a_7 \Rightarrow a_3 + a_{11} = 2a_7$$

$$2a_7 = 24 \Rightarrow a_7 = 12$$

Bir aritmetik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin toplamı eşittir.

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \dots = k$$

ÖRNEK

Bir aritmetik dizide $a_5 + a_{13} = 25$ ise

$$a_7 + a_{11} = ?$$

ÇÖZÜM

$$a_5 + a_{13} = a_7 + a_{11} = 25 \text{ olur.}$$

Bir aritmetik dizide ilk n terimin toplamı;

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) = \frac{n}{2} \cdot [2a_1 + (n-1) \cdot r]$$

ÖRNEK

Bir aritmetik dizinin birinci terimi 3, ortak farkı 2 ise ilk 20 terimin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$a_1 = 3, r = 2 \text{ ve } n = 20$$

$$s_{20} = \frac{20}{2} \cdot [2 \cdot 3 + (20-1) \cdot 2]$$

$$s_{20} = 10 \cdot (6 + 38) = 440$$

ÖRNEK

Bir aritmetik dizinin ilk 16 teriminin toplamı 280 ortak farkı 2 ise ilk terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

$$n = 16, r = 2 \text{ ve } s_n = 280$$

$$s_{16} = \frac{16}{2} \cdot [2 \cdot a_1 + (16-1) \cdot 2]$$

$$8 \cdot (2a_1 + 30) = 280 \Rightarrow 2a_1 + 30 = 35$$

$$2a_1 = 5 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{2}$$

ÖRNEK

-1 ile 11 arasına aritmetik dizi oluşturacak şekilde 5 terim yerleştigiğine göre bu dizinin ortak farkı kaçtır?

ÇÖZÜM

-1,-,-,-,-,11

İlk terimi -1 kabul edersek 7. terim 11 olur

$$a_7 = a_1 + 6r$$

$$11 = -1 + 6r \Rightarrow 6r = 12$$

$$r = 2$$

SIRA SİZDE**ÖRNEK**

Birinci terimi -2 ve ortak farkı 3 olan aritmetik dizinin genel terimini bulunuz?

C(3n-5)

ÖRNEK

Beşinci terimi 11, ortak farkı 2 olan aritmetik dizinin genel terimini bulunuz?

C(2n+1)

ÖRNEK

Altıncı terimi 32 ve ortak farkı 5 olan aritmetik dizinin 15.terimi kaçtır?

C(77)

ÖRNEK

Beşinci terimi -3 ve ortak farkı -2 olan aritmetik dizinin kaçınıcı terimi -33 olur?

C(20)

ÖRNEK

Bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi x-1, 2x-6 ve x+3 olduğuna göre x kaçtır?

C(7)

ÖRNEK

Bir aritmetik dizide $a_5 + a_{19} = 32$ ise $a_{12} = ?$

C(16)

ÖRNEK

Bir aritmetik dizide

$$\frac{a_4 + a_5 + a_7 + a_8}{a_6} = ?$$

C(4)

ÖRNEK

Bir aritmetik dizide $a_5 = 5$, $a_{14} = 17$ ise $a_8 + a_{11} = ?$

C(22)

ÖRNEK

Bir aritmetik dizinin birinci terimi -5, ortak farkı 4 ise ilk 30 terimin toplamı kaçtır?

C(1440)

ÖRNEK

3 ile 45 arasına aritmetik dizi oluşturacak şekilde 6 terim yerleştigiğine göre bu dizinin ortak farkı kaçtır?

C(6)

GEOMETRİK DİZİ

Ardışık iki terimi arasındaki oran sabit olan dizilere denir.

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = r$$

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2$$

.....

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

O halde bir geometrik dizinin genel terimi

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

ÖRNEK

Birinci terimi 3, ortak çarpanı 2 olan geometrik dizinin genel terimini bulunuz?

ÇÖZÜM

$$a_1 = 3, \quad r = 2$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$$

ÖZELLİKLERİ

$$a_n = a_p \cdot r^{n-p}$$

ÖRNEK

Üçüncü terimi 1, ve ortak çarpanı 2 olan geometrik dizinin 7. terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

$$a_3 = 1, \quad r = 2$$

$$a_n = a_p \cdot r^{n-p} \Rightarrow a_7 = a_3 \cdot r^{7-3}$$

$$a_7 = 1 \cdot 2^{7-3} = 2^4 = 16$$

Bir geometrik dizide her terim kendisinden eşit uzaklıktaki terimlerin geometrik ortalamasıdır.

$$a_p = \sqrt{a_{p-k} \cdot a_{p+k}}$$

ÖRNEK

$$a_6 = \sqrt{a_4 \cdot a_8}$$

$$a_9 = \sqrt{a_3 \cdot a_{15}}$$

ÖRNEK

Bir geometrik dizide 3.terim 4 ve 7.terim 16 ise 5.terim kaçtır?

ÇÖZÜM

$$a_5 = \sqrt{a_3 \cdot a_7} = \sqrt{4 \cdot 16} = \sqrt{64} = 8$$

Bir geometrik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımı eşittir.

$$a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_3 \cdot a_{n-2} = \dots = k$$

ÖRNEK

Bir geometrik dizide $a_4 = 3$, $a_{11} = \frac{1}{3}$ ise

$$a_7 \cdot a_8 = ?$$

ÇÖZÜM

$$a_4 \cdot a_{11} = a_7 \cdot a_8 = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

Bir geometrik dizide ilk n terimin toplamı;

$$s_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1)$$

ÖRNEK

Birinci terimi 2, ortak farkı 3 olan geometrik dizinin ilk 10 terimin toplamını bulunuz?

ÇÖZÜM

$$a_1 = 2, \quad r = 3$$

$$s_n = 2 \cdot \frac{1-3^{10}}{1-3} = 2 \cdot \frac{1-3^{10}}{-2} = 3^{10} - 1$$

ÖRNEK

$\frac{1}{3}$ ile 243 arasına geometrik dizi oluşturacak şekilde 5 terim yerleştirilirse ortak çarpan ne olur?

ÇÖZÜM

$\frac{1}{3}, -, -, -, -, 243$ ilk terim $\frac{1}{3}$ kabul edilirse 7.terim 243 olur.

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_7 = 243$$

$$a_7 = a_1 \cdot r^6 \Rightarrow 243 = \frac{1}{3} \cdot r^6$$

$$r^6 = 729 \Rightarrow r = 3$$

Bir geometrik dizide ilk n terimin çarpımı

$$C_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

ÖRNEK

Birinci terimi $\frac{1}{4}$, 10. terimi 128 olan geometrik dizinin ilk 10 terimin çarpımını bulunuz?

ÇÖZÜM

$$C_{10} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{10} = \sqrt{(a_1 \cdot a_{10})^{10}}$$

$$C_{10} = \sqrt{\left(\frac{1}{4} \cdot 128\right)^{10}} = \sqrt{32^{10}} = 32^5 = 2^{25}$$

SIRA SİZDE

ÖRNEK

Birinci terimi $\frac{1}{3}$, ortak çarpanı 3 olan geometrik dizinin genel terimini bulunuz?

$$C(3^{n-2})$$

ÖRNEK

Beşinci terimi 2, ve ortak çarpanı $\sqrt{2}$ olan geometrik dizinin 9. terimi kaçtır?

C(8)

ÖRNEK

Bir geometrik dizide 4.terim 3 ve 7.terim 27 ise $a_3.a_8$ kaçtır?

C(81)

ÖRNEK

Ortak farkı 2 olan geometrik dizinin ilk 10 terimin toplamının ilk 7 terimin toplamına oranını bulunuz?

C($\frac{1023}{255}$)

ÖRNEK

Birinci terimi $\sqrt{2}$, 8. terimi $4\sqrt{2}$ olan geometrik dizinin ilk 8 terimin çarpımını bulunuz?

C(2^{12})

SERİLER

(a_n) bir reel sayı dizisi olmak üzere;

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n) = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots \text{ sonsuz}$$

toplamına seri denir.

$$S_n = \sum_{n=1}^n (a_n) = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

toplamına serinin kısmi toplamı denir.

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\dots\dots\dots$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

ARİTMETİK SERİ

(a_n) bir aritmetik dizi ise

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n) = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots \text{ ifadesine}$$

aritmetik seri denir.

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) = \frac{n}{2} \cdot [2a_1 + (n-1) \cdot r]$$

GEOMETRİK SERİ

(a_n) bir geometrik dizi ise

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n) = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots \text{ ifadesine}$$

geometrik seri denir.

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

i) $|r| < 1$ ise seri yakınsaktır

$$S_n = \sum_{k=1}^{\infty} r^k = \frac{a_1}{1 - r}$$

ii) $|r| \geq 1$ ise seri ıraksaktır. Dolayısıyla serinin toplamı bulunamaz.

ÖRNEK

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = ?$$

ÇÖZÜM

$$a_1 = 1, \quad r = \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

ÖRNEK

$$S_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots = ?$$

ÇÖZÜM

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad r = \frac{1}{3}$$

$$S_n = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k = ?$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \dots$$

$$a_1 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}, \quad r = \frac{3}{4}$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k = \frac{\frac{9}{16}}{1-\frac{3}{4}} = \frac{\frac{9}{16}}{\frac{1}{4}} = \frac{9}{16} \cdot \frac{4}{1} = \frac{9}{4}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{2k}}\right) = ?$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{2k}}\right) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^k = \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots$$

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad r = \frac{1}{4}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{2k}}\right) = \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^{\infty} (2.5^{-k}) = ?$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} (2.5^{-k}) &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^k = \frac{2}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \dots \\ &= 2\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots\right) \end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{2}{5}, \quad r = \frac{1}{5}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^k = \frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{2}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k = ?$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots$$

$$a_1 = 1, \quad r = \frac{2}{3}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k = \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3^k + 4^k}{5^k} \right) = ?$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3^k + 4^k}{5^k} \right) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3^k}{5^k} \right) + \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{4^k}{5^k} \right)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3^k}{5^k} \right) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3}{5} \right)^k = 1 + \frac{3}{5} + \dots$$

$$\frac{1}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{4^k}{5^k} \right) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{4}{5} \right)^k = 1 + \frac{4}{5} + \dots$$

$$\frac{1}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3^k + 4^k}{5^k} \right) = \frac{5}{2} + 5 = \frac{15}{2}$$

SIRA SİZDE**ÖRNEK**

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3} \right)^k = ?$$

$$C\left(\frac{3}{2}\right)$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{5}{6} \right)^k = ?$$

$$C\left(\frac{25}{6}\right)$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3^k} \right) = ?$$

$$C(3)$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=0}^{\infty} (3^{1-2k}) = ?$$

$$C\left(\frac{27}{8}\right)$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1-4^k}{5^k} \right) = ?$$

$$C\left(\frac{-15}{4}\right)$$

ÖRNEK

$$\left| \frac{a}{b} \right| < 1 \text{ ise } \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a^{k-1}}{b^k} \right) = ?$$

$$C\left(\frac{1}{b-a}\right)$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. Aşağıdakilerden hangisi bir reel sayı dizisi değildir?

- A) $1-2n$ B) $\sqrt[3]{4-n}$ C) $\frac{2n+1}{3n-5}$
D) $\frac{\sqrt{n}}{2n+1}$ E) $\frac{2}{n-4}$

ÇÖZÜM:

E seçeneğinde $n=4$ için payda $n-4=0$ olur dolayısıyla bir dizinin genel terimi olamaz.

YANIT “E”

2. $(a_n) = [(k-3)n + k + 1]$ sabit dizi olduğuna göre $(a_5) = ?$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM:

(a_n) sabit dizi ise $k-3=0$ olmalıdır.

$k-3=0 \Rightarrow$ ise $k=3$ olur.

$(a_n) = (3-3) \cdot n + 3 + 1 = 4$ olur

YANIT “D”

3. $(a_n) = 3n-2$ dizisini ilk üç terimin toplamını bulunuz?

- A) 550 B) 440 C) 110 D) 60 E) 50

ÇÖZÜM:

$$(a_1) = 3 \cdot 1 - 2 = 1, \quad (a_2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4, \quad (a_3) = 3 \cdot 3 - 2 = 7$$

$$1 + 4 + 7 = 12$$

YANIT “E”

4. $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_2 = 3$

$a_{n+2} = a_n + n$ ise a_6 nın değeri kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

ÇÖZÜM:

$n = 2$ için

$$a_{n+2} = a_n + n \Rightarrow a_4 = a_2 + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$n = 4 \text{ için } a_6 = a_4 + 4 = 5 + 4 = 9$$

YANIT “A”

5. $a_{2n+1} = n^2 - 3$ ise a_5 in değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM:

$$2n+1 = 5 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2$$

$$a_{2n+1} = n^2 - 3 \Rightarrow a_5 = 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

YANIT “B”

6. $(a_n) = \frac{4n-3}{3n+1}$ dizisinin kaçınıcı terimi 1’dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

$$(a_n) = \frac{4n-3}{3n+1} = 1 \Rightarrow 4n-3 = 3n+1$$

$$4n-3n = 1+3 \Rightarrow n = 4$$

YANIT “D”

7. $(a_n) = 2^{2n+1}$ ise $\frac{a_3}{a_1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

ÇÖZÜM:

$$(a_n) = 2^{2n+1} \text{ ise } \frac{a_3}{a_1} = \frac{2^{2 \cdot 3+1}}{2^{2 \cdot 1+1}}$$

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{2^7}{2^3} = 2^{7-3} = 2^4 = 16$$

YANIT “C”

8. $(a_n) = \sum_{k=1}^n k!$ ise a_6 nın değeri kaçtır?

A) 873 B) 720 C) 120 D) 24 E) 6

ÇÖZÜM:

$$(a_n) = \sum_{k=1}^n k! \text{ ise } a_6 = \sum_{k=1}^6 k!$$

$$a_6 = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6!$$

$$a_6 = 1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720 = 873$$

YANIT “A”

9. $(a_n) = \frac{3n+2}{n+1}$, $(b_n) = 2n-1$ ise $(a_4.b_3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

ÇÖZÜM:

$$(a_4) = \frac{3 \cdot 4 + 2}{4 + 1} = \frac{14}{5}, \quad (b_3) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$(a_4.b_3) = \frac{14}{5} \cdot 5 = 14$$

YANIT “D”

10. $(a_n) = \frac{3n+21}{n+1}$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

$$(a_n) = \frac{3n+21}{n+1} = 3 + \frac{18}{n+1}$$

$n = 1, 2, 5, 8, 17$ için tamsayı olur

YANIT “E”

11. $(a_n) = \frac{n^2-3n-10}{n+1}$ dizisinin kaç terimi negatiftir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM:

$$(a_n) = \frac{n^2-3n-10}{n+1} = \frac{(n+2)(n-5)}{n+1} < 0$$

$n \in \mathbb{N}^+$ olduğundan $n+2$ ve $n+1$ pozitif olur
 $n-5 < 0 \Rightarrow n < 5$
 dolayısıyla ilk 4 terimi negatif olur

YANIT “C”

12. $(a_{2n-1}) = \frac{4n+3}{2n+1}$ ise (a_n) dizisini bulunuz

A) $\frac{2n+5}{n+2}$ B) $\frac{2n+5}{n+1}$ C) $\frac{n+5}{n+2}$
 D) $\frac{2n+5}{n+3}$ E) $\frac{2n+7}{n+2}$

ÇÖZÜM:

$$2n-1=k \Rightarrow n=\frac{k+1}{2}$$

$$a_k = \frac{4 \cdot \frac{k+1}{2} + 3}{2 \cdot \frac{k+1}{2} + 1} = \frac{2k+5}{k+2} \Rightarrow a_n = \frac{2n+5}{n+2}$$

YANIT "A"

$$13. (a_n) = \begin{cases} n+1, & n \equiv 0 \pmod{3} \\ n, & n \equiv 1 \pmod{3} \\ n-1, & n \equiv 2 \pmod{3} \end{cases} \text{ ise}$$

 $a_4 \cdot a_5 + a_6$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 23 C) 26 D) 28 E) 32

ÇÖZÜM:

$$a_4 = 4, \quad a_5 = 5 - 1 = 4, \quad a_6 = 6 + 1 = 7$$

$$a_4 \cdot a_5 + a_6 = 4 \cdot 4 + 7 = 23$$

YANIT "B"

14. $(a_n) = \frac{a \cdot n + 4}{2n + 1}$ dizisinin monoton azalan olması için a kaç farklı pozitif tamsayı değeri alır.?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM:

$$(a_n) = \left(\frac{a \cdot n + 4}{2n + 1} \right) \text{ monoton azalan ise } a \cdot 1 - 4 \cdot 2 < 0$$

$$\text{olmalıdır. } a - 8 < 0 \Rightarrow a < 8$$

Dolayısıyla a 7 farklı pozitif tamsayı değeri alır.

YANIT "D"

15. $(a_n) = \frac{n-4}{2n+1}$ dizisinin kaç terimi $\frac{1}{3}$ 'ten küçüktür?

- A) 13 B) 12 C) 11 D) 7 E) 6

ÇÖZÜM:

$$\frac{n-4}{2n+1} < \frac{1}{3}$$

$$3n - 12 < 2n + 1 \Rightarrow n < 13$$

YANIT "B"

16. $(a_n) = (1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots)$ dizisinin terimleri belli bir kurala göre dizilmiştir. Buna göre a_{100} kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

ÇÖZÜM:

$$(a_n) = (1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots)$$

Dikkat edersek dizinin terimleri şu kurala göre dizilmiştir.

1 tane 1

2 tane 2

3 tane 3

4 tane 4

5 tane 5

.....

n tane n olur

$$n=13 \text{ için } \frac{13 \cdot 14}{2} = 91 \text{ terim olur}$$

$$a_{91} = 13 \text{ olur}$$

$$a_{92} = a_{93} = a_{94} \dots = a_{100} = a_{101} \dots = a_{105} = 14$$

YANIT "C"

3 ÇÖZÜMLÜ TEST 3

1. İlk terimi 3 ortak farkı -2 olan aritmetik dizinin genel terimini bulunuz?

- A) $n-5$ B) $-2n+5$ C) $-2n-5$
D) $2n+5$ E) $n+5$

ÇÖZÜM:

$$a_1 = 3, \quad d = -2$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)(-2) = -2n + 5$$

olur.

YANIT

“B”

2. a_n aritmetik dizi;

$a_7 = 9$, $a_2 = -1$ ise dizinin ortak farkı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2
E) 1

ÇÖZÜM:

$$a_7 = a_2 + 5d$$

$$9 = -1 + 5d \Rightarrow 10 = 5d$$

$$d = 2$$

YANIT

“D”

3. $x-1, x+1$ ve $2x-3$ bir aritmetik dizinin ardışık

üç terimi olduğuna göre x kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7
E) 8

ÇÖZÜM:

$$x+1 = \frac{x-1+2x-3}{2} \Rightarrow 2x+2 = 3x-4$$

$$2+4 = 3x-2x \Rightarrow x = 6$$

YANIT

“C”

4. a_n aritmetik dizi; ve $a_7 = 5$ olduğuna göre

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{11} + a_{12} + a_{13} = ?$$

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 60 E) 65

ÇÖZÜM:

$$a_1 + a_{13} = a_2 + a_{12} = a_3 + a_{11} = a_4 + a_{10} = 2a_7$$

$$a_5 + a_9 = a_6 + a_8 = 2a_7$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{11} + a_{12} + a_{13} = 13a_7 = 13 \cdot 5 = 65$$

YANIT

“E”

5. İlk terimi -1 ortak farkı 3 olan aritmetik dizinin ilk 16 teriminin toplamını bulunuz?

- A) 344 B) 360 C) 368 D) 392 E) 400

ÇÖZÜM:

$$a_1 = -1, \quad d = 3$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{16} = \frac{16}{2} [2 \cdot (-1) + (16-1) \cdot 3] = 8 \cdot 43 = 344$$

YANIT

“A”

$6.x-2, x+2, x+4$ bir geometrik dizinin ardışık

üç terimi olduğuna göre x kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

ÇÖZÜM:

$$x^2 = (x-2).(x+4)$$

$$x^2 = x^2 + 2x - 8 \Rightarrow 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4$$

YANIT “B”

7. a_n aritmetik dizi; $a_8 = 16$, $a_3 = \frac{1}{2}$

ise dizinin ortak farkı kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) $\frac{1}{2}$

ÇÖZÜM:

$$a_8 = a_3.r^5 \Rightarrow 16 = \frac{1}{2}.r^5$$

$$r^5 = 32 \Rightarrow r = 2$$

YANIT

“D”

8. $\frac{1}{3}$ ile 243 arasına geometrik dizi oluşturacak şekilde beş tane terim yerleştiriliyor buna göre dizinin ortak çarpanı kaç olur?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6
E) 9

ÇÖZÜM:

$$\frac{1}{3}, -, -, -, -, 243$$

İlk terim $\frac{1}{3}$ kabul edilirse 243 yedinci terim olur.

$$a_8 = a_1.r^6 \Rightarrow 243 = \frac{1}{3}.r^6$$

$$r^6 = 729 \Rightarrow r = 3$$

YANIT

“A”

9. a_n aritmetik dizi;

$$\frac{a_2.a_{10} + a_3.a_9 + a_4.a_8}{(a_6)^2} = ?$$

- A) 8 B) 6 C) 5 D) 4
E) 3

ÇÖZÜM:

$$a_2.a_{10} = a_3.a_9 = a_4.a_8 = (a_6)^2$$

$$\frac{a_2.a_{10} + a_3.a_9 + a_4.a_8}{(a_6)^2} = \frac{(a_6)^2 + (a_6)^2 + (a_6)^2}{(a_6)^2} = 3$$

YANIT

“E”

10. $x+4, 2x-2, xy$ hem aritmetik hem de geometrik dizi olabilmesi için $x+y$ kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 5
E) 4

ÇÖZÜM:

$x+4, 2x-2, xy$ hem aritmetik hem de geometrik dizi belirtiyorsa

$x+4 = 2x = xy$ olmalıdır. buradan $x = 4$ ve $y = 2$ olur

$x+y = 6$ çıkar

YANIT

“C”

11. $\sum_{k=1}^{\infty} 5^{1-2k}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{24}{25}$ B) $\frac{5}{24}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{24}{5}$

ÇÖZÜM:

$$\sum_{k=1}^{\infty} 5^{1-2k} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{5^1}{5^{2k}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{5^1}{25^k}$$

$$a_1 = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}, \quad r = \frac{1}{25}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} 5^{1-2k} = \frac{\frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{25}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{24} = \frac{5}{24}$$

YANIT

“B”

12. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^{k+1}}{4^k}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 6 D) 4
E) 3

ÇÖZÜM:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^{k+1}}{4^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{3 \cdot 3^k}{4^k} = \sum_{k=0}^{\infty} 3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^k$$

$$a_1 = 3, \quad r = \frac{3}{4}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^{k+1}}{4^k} = \frac{3}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{3}{\frac{1}{4}} = 3 \cdot 4 = 12$$

YANIT

“A”

13. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k - 1}{4^k}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$
E) 3

ÇÖZÜM:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k - 1}{4^k} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k - \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^k$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k = \frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{1} = 3$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^k = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$$

YANIT

“B”

14. Bir lastik top 24 metre yükseklikten bırakılıyor. Top her yere çarptığında önceki

yüksekliğin $\frac{2}{3}$ 'si kadar yükseliyor. Top

dengele durama gelinceye kadar kaç metre yol alır?

- A) 140 B) 130 C) 120 D) 96
E) 72

ÇÖZÜM:

Lastik top yere bırakıldıktan sonra ilk çıktığı yükseklik 24. $\frac{2}{3}$ ikinci yükseklik

$24 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$ üçüncü yükseklik $24 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$

O halde topun aldığı yola S dersek

$$S = 24 + 2 \cdot (24 \cdot \frac{2}{3} + 24 \cdot (\frac{2}{3})^2 + \dots)$$

$$S = 24 + 48 \cdot (\frac{2}{3} + (\frac{2}{3})^2 + \dots)$$

$$S = 24 + 48 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 24 + 48 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1}$$

$$S = 24 + 48 \cdot 2 = 120$$

YANIT

“C”

15. Yarıçapı $r = 12$ cm olan daire içine aynı merkezli ve her birinin yarıçapı bir öncekinin $\frac{1}{2}$ ’si kadar olan sonsuz tane daire çiziliyor. Elde edilen dairelerin alanları toplamı kaç olur?

- A) 154π B) 180π C) 190π
D) 192π E) 196π

ÇÖZÜM:

$$r_1 = 12, \quad r_2 = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6, \quad r_3 = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

Dairelerin alanları toplamı

$$144\pi + 36\pi + 9\pi + \dots$$

$$144\pi(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots)$$

$$144\pi \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = 144\pi \frac{1}{\frac{3}{4}} = 144\pi \frac{4}{3} = 192\pi$$

YANIT

“D”

3 CEVAPLI TEST 3

1. $(a_n) = n^3 - 1$ dizisinin kaçınıcı terimi 63'tür?

- A)1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $(a_n) = (-1)^n \cdot n$ dizisinin ilk 5 teriminin toplamı kaçtır?

- A)-3 B) -2 C)-1 D) 0 E) 2

3. Bir (a_n) dizisinin ilk n teriminin toplamı $(S_n) = n^2 + 3n + 5$ ise (a_5) ifadesinin değeri kaçtır?

- A)12 B) 16 C) 24 D) 33 E) 45

4. (a_n) aritmetik dizi $a_7 - a_2 = 15$ ise dizinin ortak farkı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

5. $(a_n) = \sum_{k=1}^n k^2$ ise a_5 kaçtır?

- A)10 B)15 C)20 D) 25 E)30

6. (a_n) geometrik dizi; $\frac{a_8}{a_5} = 2$ ise $\frac{a_{10}}{a_4}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E)16

7. $x^2 - 7x + 10 = 0$ denkleminin kökleri azalan bir aritmetik dizinin ardışık iki terimi olduğuna göre bu dizinin 7.terimi kaçtır?

- A) 20 B)13 C)17 D)-3 E)-13

8. $(a_n) = (3n + 1)$, $(b_n) = \sum_{k=1}^n a_k$ ise (b_3) kaçtır?

- A) 21 B) 17 C) 13 D) 8 E) 6

9. (a_n) geometrik dizi;

$x = a_3 + a_5$, $y = a_4 + a_6$ ve $y = 2x$ ise dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

10. a,b,c,c-2,d,3 bir aritmetik dizinin ardışık terimleridir. $a+b+c-2d$ kaçtır?

- A) 23 B) 17 C) 11 D) 9 E) 7

11. $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_{n+1} = a_n + n$
 $a_1 = 2$ ise a_{15} kaçtır?

- A) 107 B) 93 C) 80 D) 50 E) 40

12. $\sum_{k=2}^{\infty} 3^{2-k}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{27}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 3

13. $3x = 4y$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ ise $\sum_{k=3}^{\infty} \left(\frac{y}{x}\right)^{k-3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

14. $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^{1-k}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 4

15. kenar uzunluğu 12 br olan eşkenar üçgenin kenarlarının orta noktaları birleştirilerek iç içe eşkenar üçgenler çiziliyor. üçgenlerin alanları toplamını bulunuz?

- A) $40\sqrt{3}$ B) $42\sqrt{3}$ C) $48\sqrt{3}$
D) $60\sqrt{3}$ E) $64\sqrt{3}$

16. $\sum_{k=0}^{\infty} \cos^k\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
D	B	A	C	E	B	E	A	C	A	A	D	A	D	C	C

3 CEVAPLI TEST 3

1. $(a_n) = \left(\frac{3n+6}{2n+k}\right)$ sabit dizi ise $k.a_2$ kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

$a_3 + a_7 = 13$, $a_3 + a_9 = 19$ ise $(4.a_3)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $(a_n) = \sum_{k=1}^n (2k-3)$ dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $n^2 - 2n$ B) $n^2 - 2n - 3$ C) $n^2 - 2$
D) $n^2 + 2n - 3$ E) $n^2 + 2n + 3$

6. $a, b, 2b, c, d$, bir geometrik dizinin ardışık terimleridir. $\frac{d}{a}$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

3. $(a_n) = \left(\frac{6n+5}{2n+1}\right)$, $(b_n) = \left(3 + \frac{k-2}{2n+1}\right)$
 $(a_n) = (b_n)$ ise k kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

7. (a_n) geometrik dizi; ilk terimi 2 ortak çarpanı $\sqrt{2}$ ise $\prod_{k=1}^{12} a_k$ kaçtır?

- A) 2^{39} B) 2^{37} C) 2^{36} D) 2^{34} E) 2^{32}

4. $(a_n) = (3n+7)$, $(b_n) = (a_{n+1})$, $(c_n) = (b_{n-1})$
ise c_3 kaçtır?

- A) 13 B) 16 C) 19 D) 22 E) 29

8. $(a_n) = (n^2 - 6n + 11)$ dizisinin en küçük terimi kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

5. (a_n) aritmetik dizi;

9. $x^2 - 10x + 8 = 0$ denkleminin kökleri a ve b'dir a, n, b bir geometrik dizinin

ardışık üç terimi ise n kaçtır?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 4 E) 5

10. $(a_n) = \left(\frac{-n^2 + 4n + 5}{2n - 1}\right)$ dizisinin kaç terimi negatif değildir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $(a_n) = \left(\frac{n^2 + 2n + 18}{n + 2}\right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

12. $a_n = \sum_{k=1}^{n+1} (k-1)$ ise $(a_{n+1}) = (b_n)$ ise b_3 kaçtır?

- A) 15 B) 10 C) 8 D) 7 E) 6

13. $\sum_{k=3}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^{k-3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{2^{2k}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. Bir top yerden 36m yüksekliğe fırlatılıyor top her yere değdiğinde düştüğü yüksekliğin 4 'te 3'ü kadar yükseliyor. Top duruncaya kadar aldığı toplam yol kaç m'dir?

- A) 60 B) 72 C) 96 D) 120 E) 144

16. $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^{k-1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{a}{b-a}$ B) $\frac{b}{b-a}$ C) $\frac{a}{b}$ D) $\frac{b}{a}$
E) $\frac{a}{a-b}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
B	A	E	D	B	E	A	D	A	E	C	B	D	A	E	A

