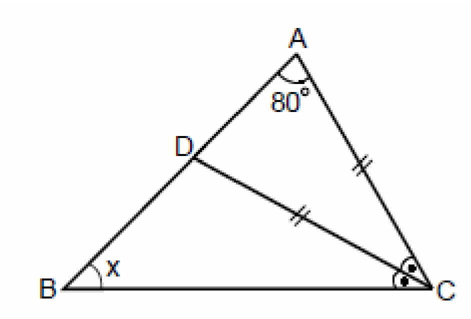
Lisans Yerleştirme Sınavı – 1 (Lys – 1) / 19 Haziran 2010

Geometri Soruları ve Çözümleri

1.



ABC bir üçgen

|CA| = |CD|

m(ACD) = m(DCB)

m(BAC) = 80°

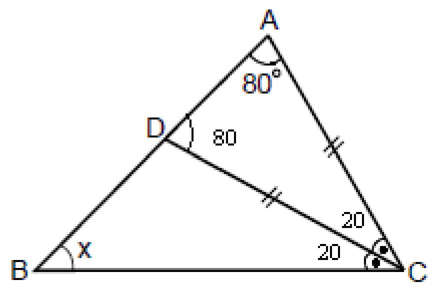
m(ABC) = x

Yukarıdaki verilere göre x kaç derecedir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 60 E) 75

Çözüm 1

|CA| = |CD| olduğuna göre, ACD üçgeni ikizkenar üçgendir.



m(CAD) = m(CDA) = 80

m(ACD) = 180 – (80 + 80) = 20

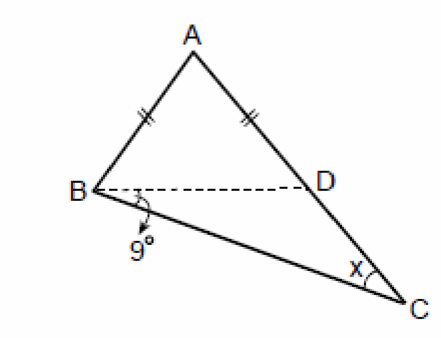
m(ACD) = m(DCB) = 20

BDC üçgeninde, bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna göre,

20 + x = 80 $\Rightarrow$ x = 60

Not : Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

2.



ABC bir ikizkenar üçgen

|AB| = |AD|

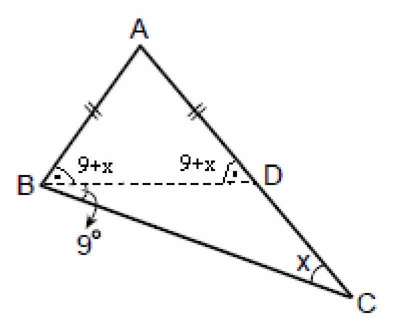
m(DBC) = 9°

m(BCD) = x

Yukarıdaki şekilde |AC| = |BC| olduğuna göre, x kaç derecedir?

A) 36 B) 39 C) 48 D) 51 E) 54

Çözüm 2



BDC üçgeninde, bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna göre,

m(ADB) = x + 9

|AB| = |AD| ⇒ BAD üçgeni ikizkenar üçgen olduğundan,

m(ADB) = m(ABD) = x + 9

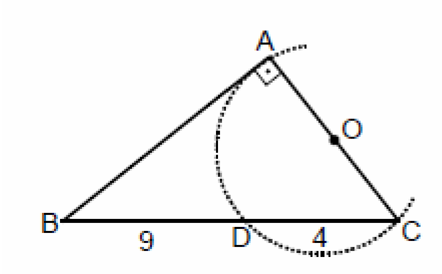
ABC bir ikizkenar üçgen ve |AC| = |BC| olduğundan,

m(ABC) = m(BAC) = (x + 9) + 9 = x + 18

ABC üçgeninde iç açılar toplamı 180 derece olduğuna göre,

(x + 18) + (x + 18) + x = 180 ⇒ 3x = 144 ⇒ x = 48 elde edilir.

3.



ABC bir üçgen

m(BAC) = 90°

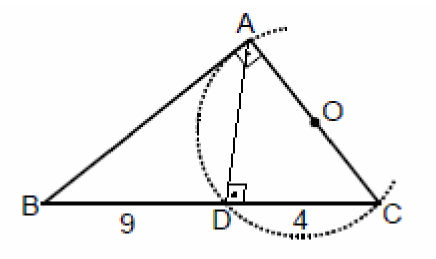
|BD| = 9 cm

|DC| = 4 cm

Yukarıdaki şekilde [AC] kenarını çap kabul eden O merkezli çember,
[BC] kenarını D noktasında kesmektedir.
Buna göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm² dir?

A) 39 B) 36 C) 35 D) 32 E) 30

Çözüm 3

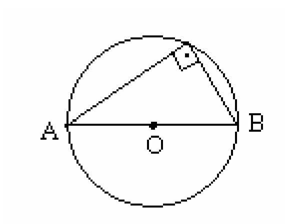


AD çizilirse, çemberde çapı gören çevre açı dik olduğuna göre, AD ⊥ BC olur.

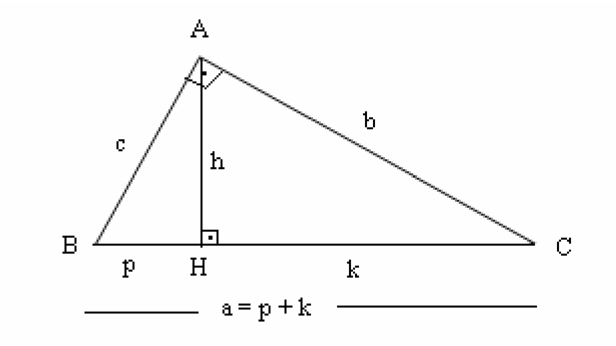
Öklid bağıntısına göre, $|AD|^2 = 4.9 \Rightarrow |AD| = 6$

$$\text{Alan(ABC)} = \frac{|BC|.|AD|}{2} = \frac{(9+4).6}{2} = 13.3 = 39$$

Not : Çapı gören çevre açı 90 derecedir.



Not : Öklid bağıntıları



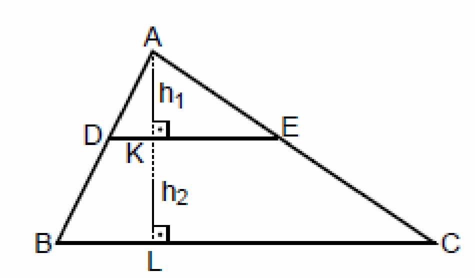
I) $h^2 = p.k$

II) $c^2 = p.a$

$b^2 = k.a$

III) $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

4.



ABC bir üçgen

DE // BC

$|AK| = h_1$

$|KL| = h_2$

Yukarıdaki şekilde ADE üçgeninin alanının BCED dörtgeninin alanına oranı $\frac{A(ADE)}{A(BCED)} = \frac{4}{21}$

olduğuna göre, $\frac{h_1}{h_2}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

Çözüm 4

ABC bir üçgen ve DE // BC olduğuna göre, ADE ≅ ABC ise benzerlik oranı = k = $\frac{h_1}{h_1 + h_2}$

$\frac{A(ADE)}{A(BCED)} = \frac{4}{21} \Rightarrow \frac{A(ADE)}{A(ABC)} = \frac{4}{25} = k^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$

$\frac{h_1}{h_1 + h_2} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{3}$ elde edilir.

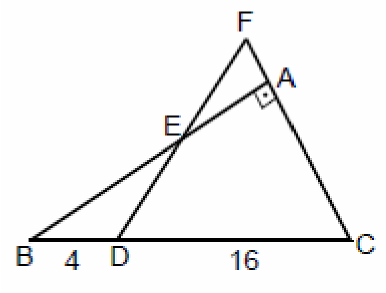
Not :

Benzer iki üçgenin alanları oranı, benzerlik oranının karesine eşittir.

Not : Benzer üçgenlerin özellikleri

Benzer iki üçgende, karşılıklı yüksekliklerin uzunluklarının oranı benzerlik oranına eşittir.

5.



ABC bir üçgen

m(BAC) = 90°

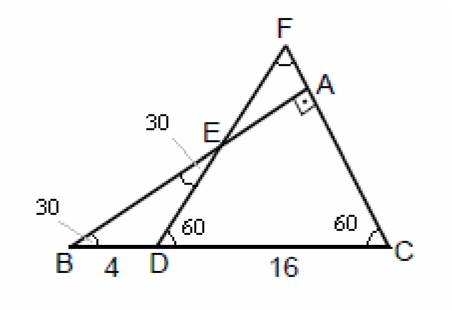
$|BD| = 4$ cm

$|DC| = 16$ cm

Yukarıdaki şekilde FDC bir eşkenar üçgen olduğuna göre, $\dfrac{|FA|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

A) $\dfrac{1}{4}$ B) $\dfrac{3}{5}$ C) $\dfrac{1}{7}$ D) $\dfrac{5}{11}$ E) $\dfrac{3}{13}$

Çözüm 5



FDC bir eşkenar üçgen olduğuna göre, m(FDC) = m(DCF) = m(CFD) = 60

BAC dik üçgeninde, m(DCF) = 60 ise m(CBA) = 30

BDE üçgeninde, bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna göre,
m(DEB) = 30

$|BC| = 16 + 4 = 20$ ise

Bir dik üçgende, 30 derecenin karşısındaki kenar hipotenüsün yarısı olduğuna göre,

$|AC| = 10$

BDE ikizkenar üçgeninde, $|BD| = 4 = |DE|$

EAF dik üçgeninde, m(FEA) = 30

$|DC| = 16 = |DF| \quad \Rightarrow \quad |EF| = 16 - 4 = 12$

Bir dik üçgende, 30 derecenin karşısındaki kenar hipotenüsün yarısı olduğuna göre,

$|AF| = 6$

Buna göre, $\dfrac{|FA|}{|AC|} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$ elde edilir.

Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,
30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

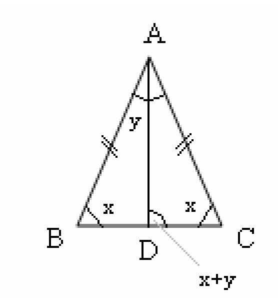
6. $|AB| = |AC|$ olan herhangi bir ABC ikizkenar üçgeni için [BC] üzerinde B ve C'den farklı bir D noktası alınıyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $|AB| > |AD|$ B) $|AB| > |BD|$ C) $|AB| > |CD|$

D) $|AD| > |BD|$ E) $|BD| > |AB|$

Çözüm 6



m(ABC) = m(ACB) = x

m(DAB) = y olsun.

ABD üçgeninde, bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna göre, m(ADC) = x + y

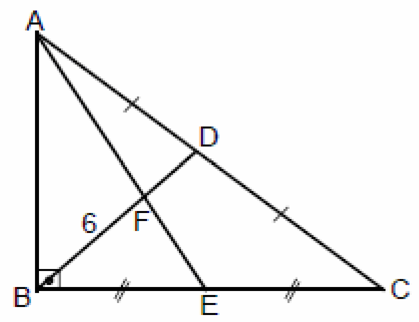
$x + y > x$

Bir üçgende büyük açı karşısında büyük kenar, büyük kenar karşısında büyük açı bulunacağına göre,

$x + y > x \quad \Rightarrow \quad |AC| > |AD|$

$|AB| = |AC|$ olduğuna göre, $|AB| > |AD|$ olur.

7.



ABC bir üçgen

$AB \perp BC$

$|BE| = |EC|$

$|AD| = |DC|$

$|BF| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC|$ uzunluğu kaç cm'dir?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

Çözüm 7

ABC dik üçgeninde,

BD kenarortay ve AE kenarortay olduğuna göre, F noktası ağırlık merkezidir.

$|BF| = 6 \quad \Rightarrow \quad |FD| = 3$

$|BD| = 6 + 3 = 9$

Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olduğuna göre,

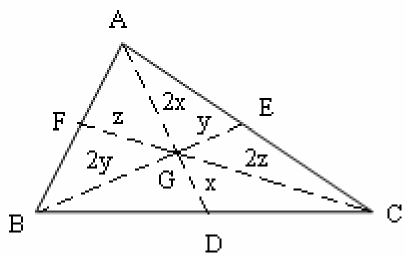
$|AD| = |DC| = 9$

Buna göre, $|AC| = 9 + 9 = 18$ elde edilir.

Not : Kenarortay

Bir üçgenin kenarortayları aynı bir noktada kesişirler.

Bu kesim noktasına G ağırlık merkezi denir.



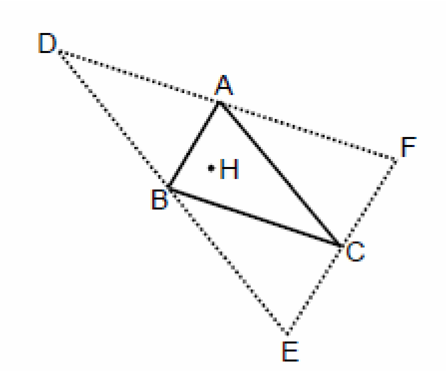
$|GD| = \frac{1}{3}.|AD|$

$|AG| = \frac{2}{3}.|AD|$

Not :

Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir.

8.



Çeşitkenar bir ABC üçgeninin A köşesinden [BC] kenarına, B köşesinden [AC] kenarına ve C köşesinden [AB] kenarına paralel doğrular çizilerek şekildeki gibi bir DEF üçgeni elde ediliyor.

H noktası ABC üçgeninin yüksekliklerinin kesim noktası olduğuna göre,

DEF üçgeninin nesidir?

A) Kenar ortaylarının kesim noktasıdır.

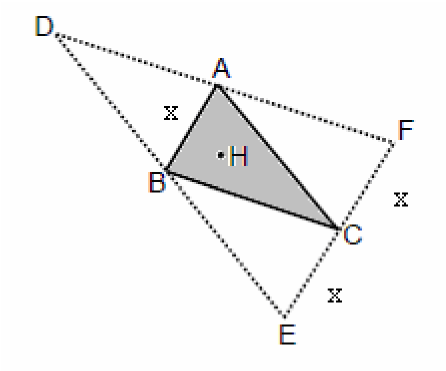
B) İki dış açıortay ve bir iç açıortayının kesim noktasıdır.

C) Yüksekliklerinin kesim noktasıdır.

D) İç teğet çemberinin merkezidir.

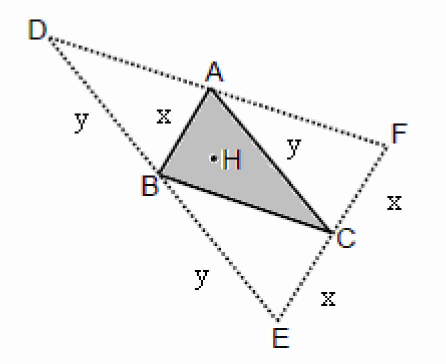
E) Çevrel çemberinin merkezidir.

Çözüm 8



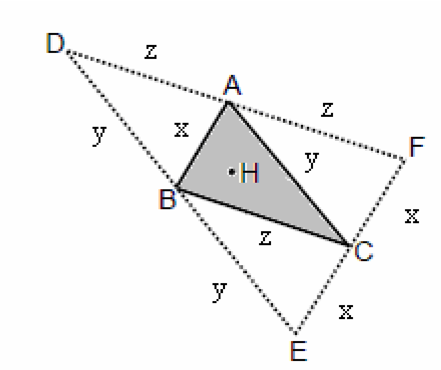
A köşesinden [BC] kenarına paralel doğrular çizilirse, ABCF paralel kenarı elde edilir.

$|AB| = x$ olsun. $\Rightarrow$ $|CF| = x = |CF|$



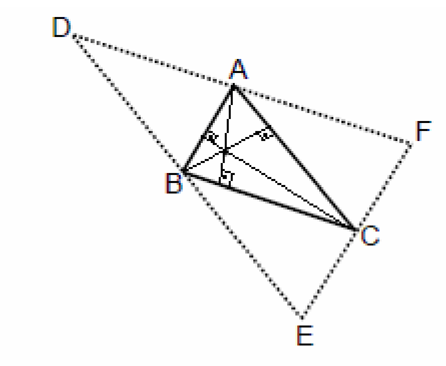
B köşesinden [AC] kenarına paralel doğrular çizilirse, ABEC paralel kenarı elde edilir.

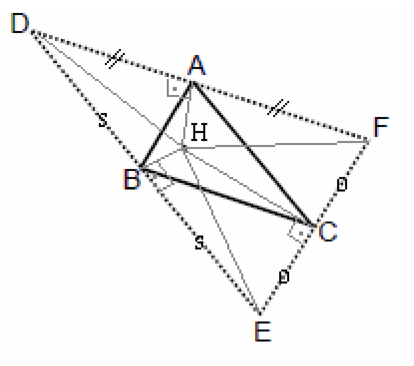
$|AC| = y$ olsun. $\Rightarrow$ $|BE| = y = |DB|$



C köşesinden [AB] kenarına paralel doğrular çizilirse, ABCF paralel kenarı elde edilir.

$|BC| = z$ olsun. $\Rightarrow$ $|AF| = z = |AD|$





$h_a \perp BC$ ve ABCF paralel kenar olduğundan, $AH \perp DF$ ve

DHF üçgeninde tabana ait yükseklik aynı zamanda kenarortay olduğuna göre,

DHF üçgeni ikizkenar üçgendir.

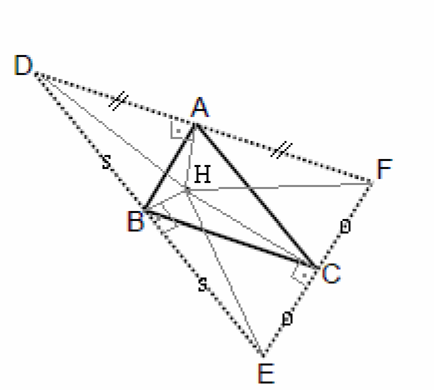
$AH \perp DF$ ve $|AD| = |AF|$ $\Rightarrow$ $|HD| = |HF|$

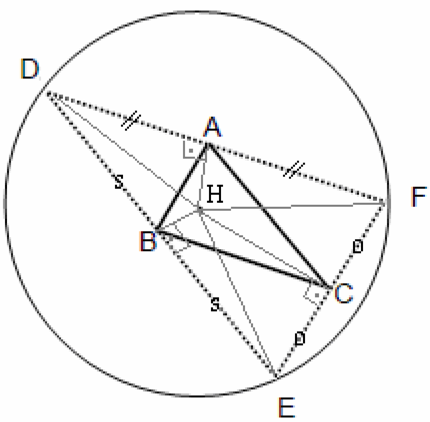
$h_b \perp AC$ ve ABEC paralel kenar olduğundan, $BH \perp DE$

DHE üçgeninde tabana ait yükseklik aynı zamanda kenarortay olduğuna göre,
DHE üçgeni ikizkenar üçgendir.
$BH \perp DE$ ve $|BD| = |BE| \Rightarrow |HD| = |HE|$

$h_c \perp AB$ ve ABCF paralel kenar olduğundan, $CH \perp EF$

EHF üçgeninde tabana ait yükseklik aynı zamanda kenarortay olduğuna göre,
EHF üçgeni ikizkenar üçgendir.
$CH \perp EF$ ve $|CE| = |CF| \Rightarrow |HE| = |HF|$

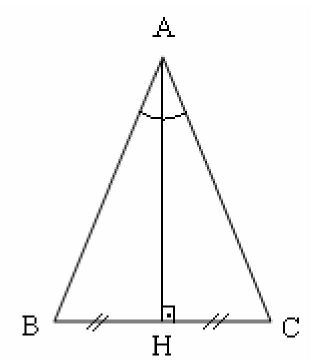




Buna göre, $|HD| = |HE| = |HF|$ olduğuna göre, H noktası aynı zamanda DEF üçgeninin çevrel çemberinin merkezidir.

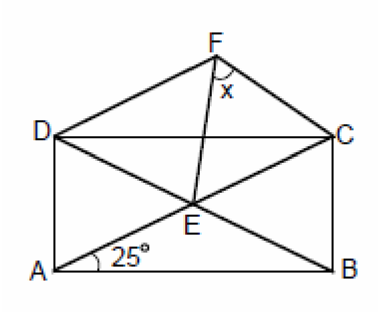
Not : İkizkenar Üçgen

Tabana ait yükseklik aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.
B'den [AC]'ye veya C'den [AB]'ye çizilen dikme için aynı şeyleri söyleyemeyiz.



[AH] = Açıortay = Kenarortay = Yükseklik $\Rightarrow$ $n_A = V_a = h_a$

9.



ABCD bir dikdörtgen

E, köşegenlerin kesim noktası

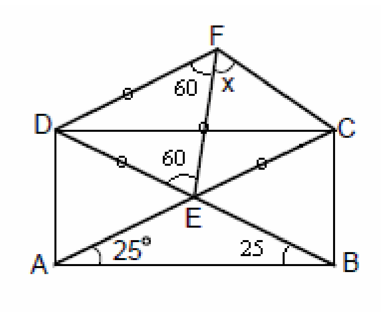
m(BAC) = 25°

m(EFC) = x

Şekildeki F noktası, FDE bir <u>eşkenar</u> üçgen olacak biçimde alındığına göre, x kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 45 D) 50 E) 55

Çözüm 9



ABCD bir dikdörtgen ve E, köşegenlerin kesim noktası olduğuna göre,

$|DE| = |EC|$ ve $|AE| = |EB|$

m(BAE) = m(EBA) = 25 $\Rightarrow$ m(AEB) = 180 – (25 + 25) = 130

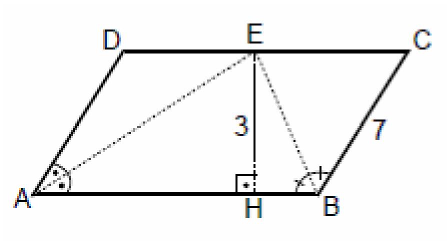
m(DEC) = 130 (iç – ters açılar)

m(DEF) = 60 $\Rightarrow$ m(FEC) = 130 – 60 = 70

FDE eşkenar üçgen olduğuna göre, $|DF| = |DE| = |EF| = |EC|$ olur.

FEC ikizkenar üçgeninde, $x = \dfrac{180 - 70}{2} = 55$ elde edilir.

10.



ABCD bir paralelkenar

$EH \perp AB$

$|EH| = 3$ cm

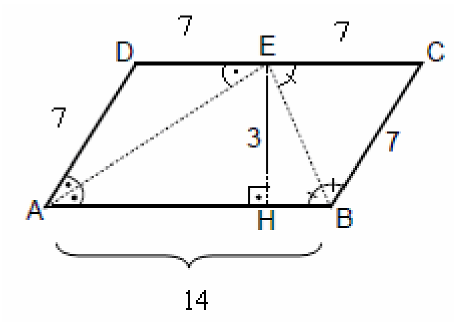
$|BC| = 7$ cm

Şekildeki ABCD paralelkenarının A ve B açılarının iç açıortayları [DC] kenarı üzerindeki E noktasında kesişmektedir.

Buna göre, ABCD paralelkenarının alanı kaç cm² dir?

A) 42 B) 40 C) 36 D) 28 E) 24

Çözüm 10



m(BAE) = m(DEA) iç – ters açılar $\Rightarrow$ ADE ikizkenar üçgen olur.

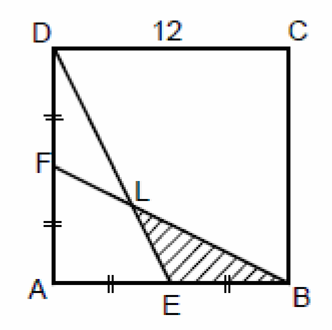
$|AD| = |DE| = 7$

m(EBA) = m(BEC) iç – ters açılar $\Rightarrow$ BCE ikizkenar üçgen olur.

$|BC| = |CE| = 7$

$|AB| = 7 + 7 = 14$ ve $|EH| = 3$ $\Rightarrow$ Alan(ABCD) = 3.14 = 42 cm²

11.



ABCD bir kare

$|DF| = |FA|$

$|AE| = |EB|$

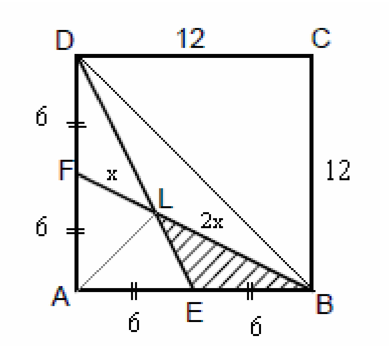
$|DC| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, LEB üçgeninin alanı kaç cm² dir?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

Çözüm 11

ABCD karesinin [BD] köşegeni çizilirse,



DAB dik üçgeninde, DE ve BF kenarortay olduğuna göre, L noktası ağırlık merkezi olur.

AL çizilirse,

$|FL| = x$ olsun. $\Rightarrow$ $|LB| = 2x$

Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı, tabanları oranına eşit olduğuna göre,

alan(FAB) = $\dfrac{6.12}{2} = 36$ $\Rightarrow$ alan(ALB) = 24

ALB üçgeninde, $|AE| = |EB| = 6$ ve yükseklikleri eşit olduğundan,

alan(LEB) = 12 elde edilir.

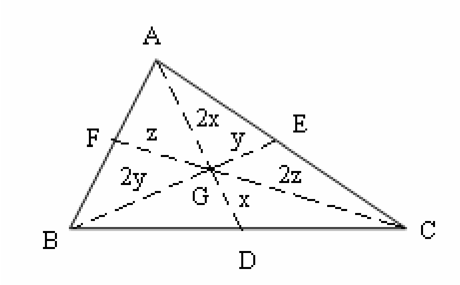
Not : Kenarortay

Bir üçgenin kenarortayları aynı bir noktada kesişirler.

Bu kesim noktasına G ağırlık merkezi denir.

$|GD| = \frac{1}{3}.|AD|$

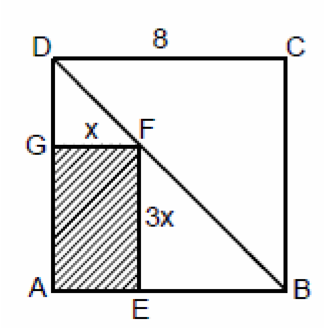
$|AG| = \frac{2}{3}.|AD|$



Not :

Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı, tabanları oranına eşittir.

12.



ABCD bir kare

AEFG bir dikdörtgen

$|DC| = 8$ cm

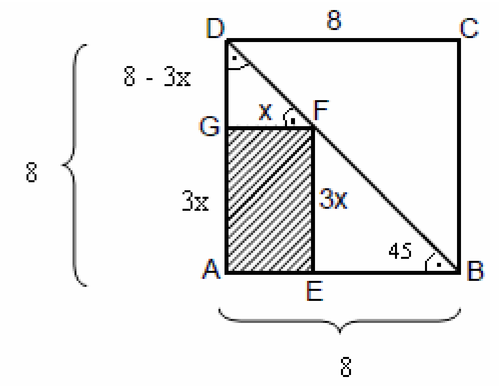
$|FE| = 3x$ cm

$|GF| = x$ cm

Yukarıdaki verilere göre, AEFG dikdörtgeninin alanı kaç cm² dir?

A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 21

Çözüm 12



ABCD karesinin köşegeni [DB] olduğundan, m(ABD) = m(GFD) = m(BDA) = 45

DGF ikizkenar dik üçgeninde, |GF| = |GD| = x

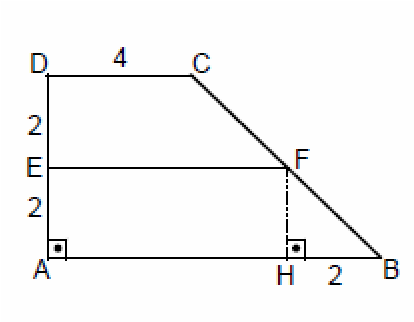
|FE| = 3x = |AG| $\Rightarrow$ |GD| = 8 – 3x

|GD| = x = 8 – 3x $\Rightarrow$ x = 2

|GD| = 2 ve |FE| = 6 olacağına göre, alan(AEFG) = 2.6 = 12 bulunur.

Not : Bir karede köşegenler açıların açıortayıdır.

13.



ABCD bir dik yamuk

DC // EF // AB

DA $\perp$ AB

FH $\perp$ AB

|DE| = 2 cm

|EA| = 2 cm

|HB| = 2 cm

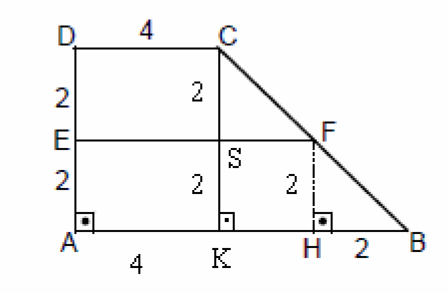
|DC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD yamuğunun alanı kaç cm² dir?

A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

Çözüm 13

CK dikmesi çizilirse,

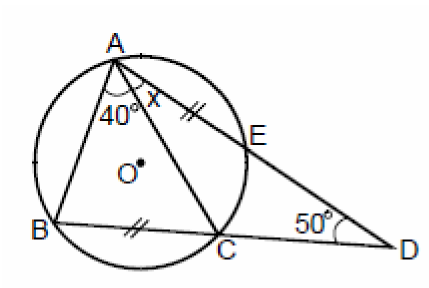


$|CS| = |SK| = |FH| = 2$

$BHF \cong BKC \quad \Rightarrow \quad \dfrac{2}{2+|HK|} = \dfrac{2}{4} \quad \Rightarrow \quad |HK| = 2$

$|DC| = 2$, $|AB| = 8$ ve $|AD| = 4$ olduğuna göre, alan(ABCD) = $\dfrac{(8+4).4}{2} = 24$

14.



O noktası çemberin merkezi

$|AE| = |BC|$

m(BDA) = 50°

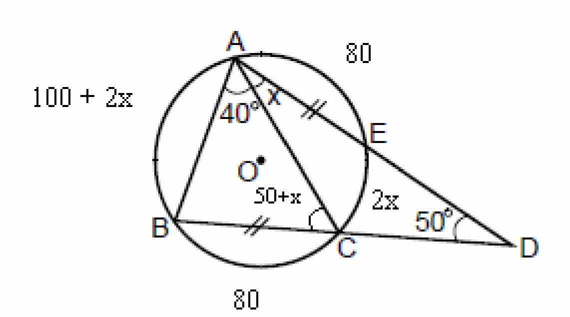
m(BAC) = 40°

m(CAE) = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Çözüm 14



m(CAE) = x $\Rightarrow$ CE yayı = 2x (çevre açı)

m(BAC) = 40 $\Rightarrow$ BC yayı = 80 (çevre açı)

$|AE| = |BC|$

Eşit kirişlere ait yayların ölçüleri eşit olduğuna göre, BC yayı = AE yayı = 80

m(ADB) = 50 ve m(CAD) = 2x ise

Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna göre, m(ACB) = 50 + x

m(ACB) = 50 + x $\Rightarrow$ AB yayı = 2.(50 + x) = 100 + 2x (çevre açı)

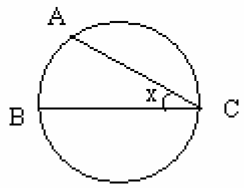
2x + 80 + (100 + 2x) + 80 = 360 $\Rightarrow$ 4x = 100 $\Rightarrow$ x = 25 elde edilir.

Not : Çevre açı (Çember açı)

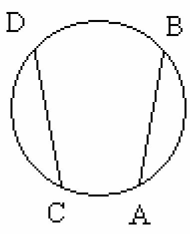
Köşesi çember üzerinde olan açıya çevre açı denir.

Çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

$x = m(ACB) = \dfrac{m(AB)}{2}$



Not : Eşit kirişlere ait yayların ölçüleri eşittir, eşit yaylara ait kirişler eşittir.



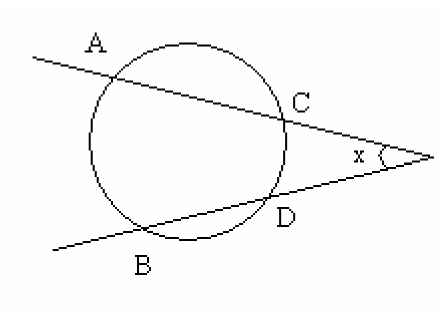
$|AB| = |CD|$ $\Leftrightarrow$ AB yayı = CD yayı

Not : Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

Not : Çemberde Açılar – Dış Açı

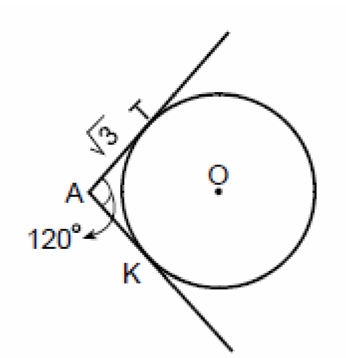
Köşesi çemberin dış bölgesinde ve kenarları kesen veya teğet olan açıya dış açı denir.

Dış açının ölçüsü gördüğü yaylar farkının yarısına eşittir.



$$\Rightarrow \quad x = \frac{m(AB) - m(CD)}{2}$$

15.



AT ve AK doğruları O merkezli çembere teğet

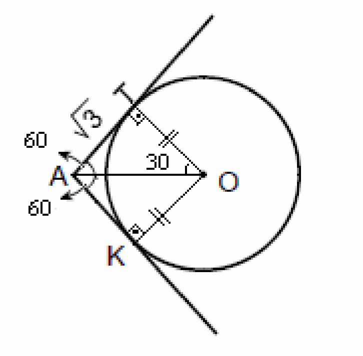
m(TAK) = 120°

$|AT| = \sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, çemberin çevre uzunluğu kaç cm'dir?

A) 4π B) 5π C) 6π D) $2\pi\sqrt{3}$ E) $3\pi\sqrt{3}$

Çözüm 15



AT ve AK doğruları O merkezli çembere teğet ise yarıçap teğete dik olduğuna göre,

OT $\perp$ AT ve OK $\perp$ AK

Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşit olduğuna göre,

$|AT| = |AK|$

AO çizilirse, AO açıortay olacağından, ATO dik üçgeninin açıları, 30 – 60 – 90 olur.

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına eşit olduğundan,

$|AT| = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad |AO| = 2\sqrt{3}$

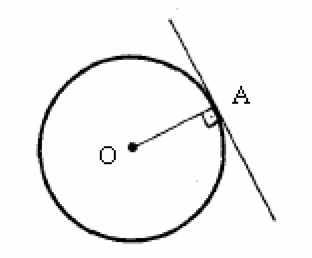
60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşit olduğundan,

$|AO| = 2\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad |OT| = 3$ (O merkezli çemberin yarıçapı)

O merkezli çemberin çevresi = 2π.3 = 6π bulunur.

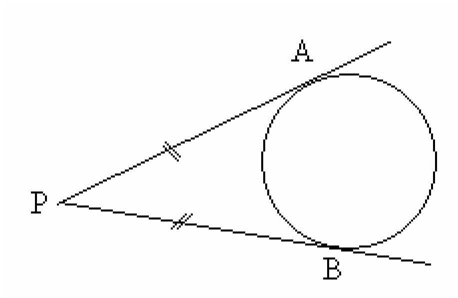
Not :

Yarıçap teğete değme noktasında diktir.

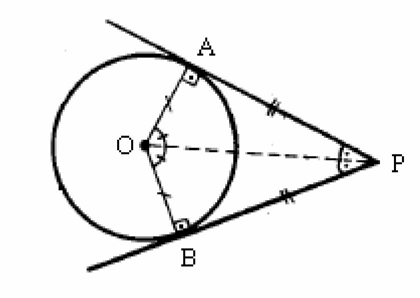


Not :

Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen
teğet parçalarının uzunlukları eşittir.
$|PA| = |PB|$



Not :

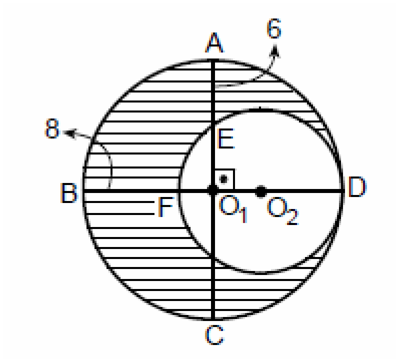


[OP] açıortaydır.

Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,
30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,
60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

16.



AC ⊥ BD

|AE| = 6 cm

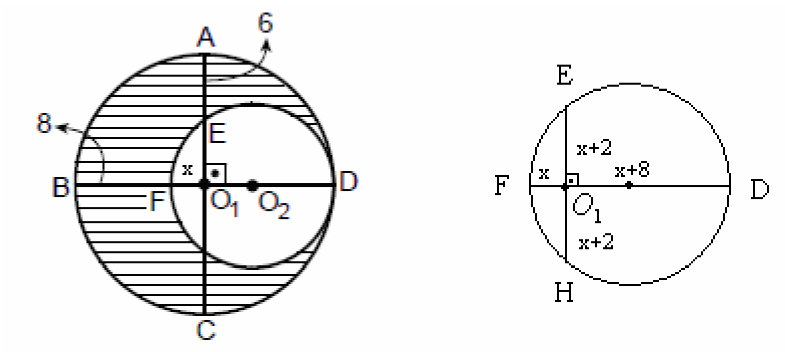
|BF| = 8 cm

Şekildeki O_1 merkezli büyük çember ile O_2 merkezli küçük çember D noktasında içten teğettir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm² dir?

A) 52π B) 54π C) 56π D) 58π E) 60π

Çözüm 16



$|O_1F| = x$ olsun.

O_1 merkezli büyük çemberin yarıçapı = x + 8

$|O_1E| = (x + 8) – 6 = x + 2$

AC ⊥ BD $\Rightarrow$ $|EO_1| = |HO_1| = x + 2$

Çemberde kuvvet bağıntısına göre, x.(x + 8) = (x + 2).(x + 2) $\Rightarrow$ x = 1

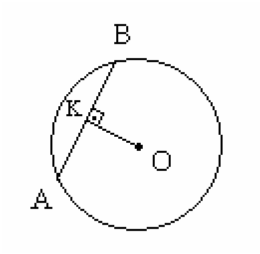
O_1 merkezli büyük çemberin yarıçapı = x + 8 = 1 + 8 = 9

O_2 merkezli küçük çemberin yarıçapı = $\dfrac{x+(x+8)}{2}$ = x + 4 = 1 + 4 = 5

Taralı alan = π.9² – π.5² = 81π – 25π = 56π elde edilir.

Not :

Merkez ile kirişin orta noktasını birleştiren doğru kirişe diktir.

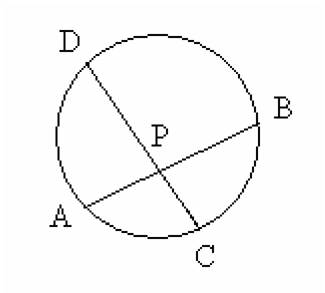


$|AK| = |KB| \quad \Rightarrow \quad [OK] \perp [AB]$

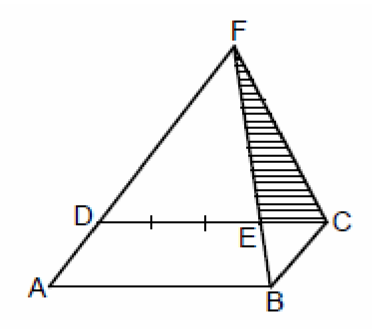
Not : Çemberde kuvvet bağıntıları

P noktası çemberin içinde ve
biri çemberi A ve B noktalarında,
diğeri C ve D noktalarında kesen,
iki kesen çizilirse,

$|PA| . |PB| = |PC| . |PD|$ olur.



17.



ABCD bir paralelkenar

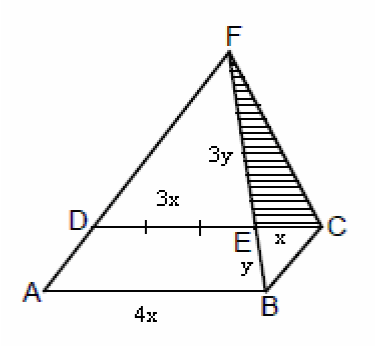
$|EC| = \frac{1}{4}|DC|$

Yukarıda verilen düzlemsel şekilde F noktası AD ve BE doğrularının kesim noktasıdır. FEC üçgeninin alanı 3 cm² olduğuna göre, ABCD paralelkenarının alanı kaç cm² dir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm 17

$|EC| = x$ olsun. $\Rightarrow$ $|DC| = 4x$ olur.



ABCD bir paralelkenar olduğuna göre, FDE ≅ FAB $\Rightarrow$ $\dfrac{3x}{4x} = \dfrac{|FE|}{|FB|}$ ise

$|FE| = 3y$ olsun. $\Rightarrow$ $|EB| = y$ olur.

alan(FEC) = 3 ise

Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı, tabanları oranına eşit olduğundan,

$$\frac{alan(BEC)}{alan(FEC)} = \frac{y}{3y} \quad \Rightarrow \quad \frac{alan(BEC)}{3} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \text{alan(BEC)} = 1$$

$$\frac{alan(FDE)}{alan(FEC)} = \frac{3x}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{alan(FDE)}{3} = \frac{3}{1} \quad \Rightarrow \quad \text{alan(FDE)} = 9$$

Benzer iki üçgenin alanları oranı, benzerlik oranının karesine eşit olduğundan,

$$\frac{alan(FDE)}{alan(FAB)} = \left(\frac{3x}{4x}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{9}{alan(FAB)} = \frac{9}{16} \quad \Rightarrow \quad \text{alan(FAB)} = 16$$

alan(ABCD) = alan(FAB) – alan(FDE) + alan(BEC)

alan(ABCD) = 16 – 9 + 1 = 8 elde edilir.

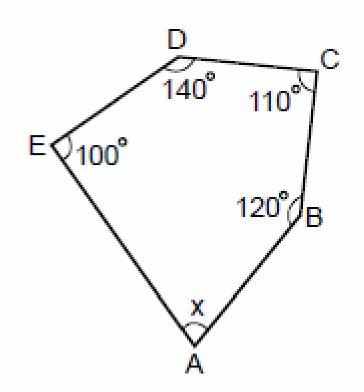
Not :

Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı, tabanları oranına eşittir.

Not :

Benzer iki üçgenin alanları oranı, benzerlik oranının karesine eşittir.

18.



ABCDE bir beşgen

m(ABC) = 120°

m(BCD) = 110°

m(CDE) = 140°

m(DEA) = 100°

m(EAB) = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 85 B) 80 C) 75 D) 70 E) 65

Çözüm 18

Kenar sayısı = 5 ise

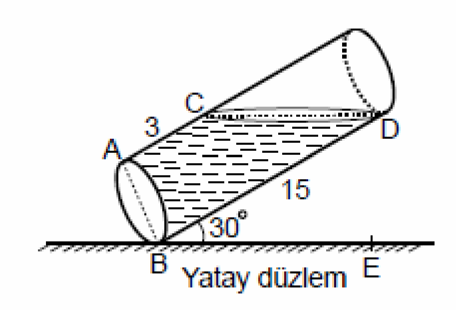
Çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı : (5 – 2).180 = 3.180 = 540

x + 120 + 110 + 140 + 100 = 540 ⇒ x + 470 = 540 ⇒ x = 70

Not :

n tane kenarı olan bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, (n – 2).180 bağıntısı ile bulunur.

19.



m(DBE) = 30°

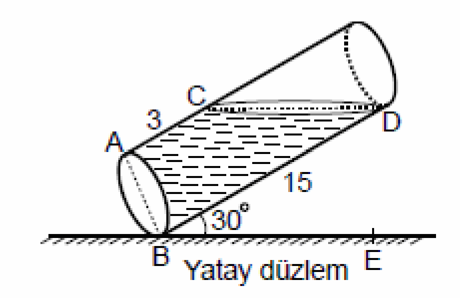
|AC| = 3 cm

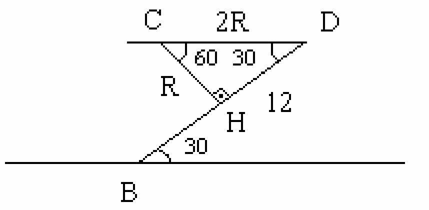
|BD| = 15 cm

Dik dairesel silindir biçiminde tamamı suyla dolu olan bir bardak, yatay düzlemle 30° lik açı yapacak biçimde şekildeki gibi eğildiğinde bardaktan bir miktar su dökülüyor.
Bardakta kalan su C ve D noktalarında dengeleniyor.
Buna göre, bardaktan kaç cm³ su dökülmüştür?

A) 66π B) 68π C) 72π D) 74π E) 76π

Çözüm 19





Bardağın çapı = R olsun.

R = |CH| ve |HD| = 15 – 3 = 12

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına eşit olduğuna göre, |DC| = 2R

$(2R)^2 = R^2 + 12^2$ (pisagor) $\Rightarrow$ $R = 4\sqrt{3}$

Buna göre, bardağın yarıçapı = $r = 2\sqrt{3}$ olur.

Bardaktan dökülen su miktarı C noktasından sonraki kısmın yarısına eşit olduğuna göre,

Su döküldükten sonra bardakta kalan suyun yüksekliği = 12 ise

Bardaktan dökülen su miktarı = $\dfrac{\pi.(2\sqrt{3})^2.12}{2}$ = 72π cm³

Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

20. K_1 ve K_2 dairesel konilerinin taban yarıçapları sırasıyla r_1 , r_2 birim, yükseklikleri h_1 , h_2 birim ve hacimleri V_1 , V_2 birim küptür.

$\frac{r_1}{r_2} = a$ ve $\frac{h_1}{h_2} = b$ olduğuna göre, $\frac{V_1}{V_2}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a^2}{b}$ C) ab^2 D) a^2b E) a^2b^2

Çözüm 20

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}.\pi.r_1{}^2.h_1}{\frac{1}{3}.\pi.r_2{}^2.h_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{r_1{}^2.h_1}{r_2{}^2.h_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2.\frac{h_1}{h_2} \Rightarrow$$

$\frac{r_1}{r_2} = a$ ve $\frac{h_1}{h_2} = b$ olduğuna göre, $\frac{V_1}{V_2} = a^2b$

21. Aşağıdakilerden hangisi bir düzlem <u>belirtmez?</u>

A) Doğrusal olmayan üç nokta

B) Bir doğru ile dışındaki bir nokta

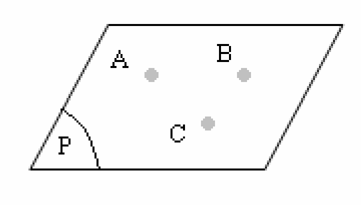
C) Aykırı iki doğru

D) Paralel iki farklı doğru

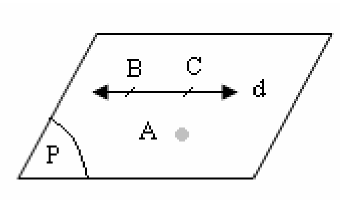
E) Kesişen iki farklı doğru

Çözüm 21

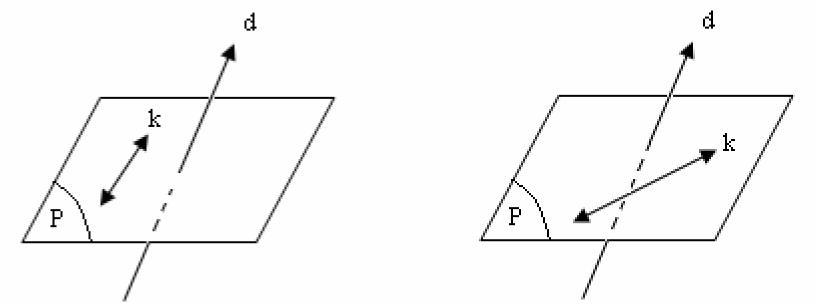
A) Doğrusal olmayan üç nokta bir düzlem belirtir.



B) Bir doğru ile dışındaki bir nokta bir düzlem belirtir.



C) Aykırı iki doğru

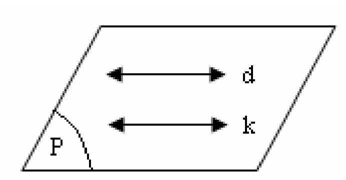


Aykırı doğrular : Farklı düzlemlerde bulunan ve kesişmeyen doğrulardır.

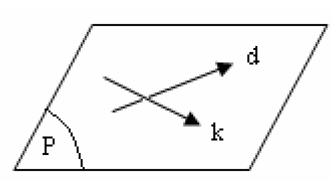
$$\left.\begin{array}{l} k \subset P \\ \\ d \not\subset P \end{array}\right\} \quad \text{ve } k \cap d = \varnothing \quad \Rightarrow \quad k \text{ ve } d \text{ aykırı doğrulardır.}$$

Buna göre, aykırı iki doğru düzlem belirtmez.

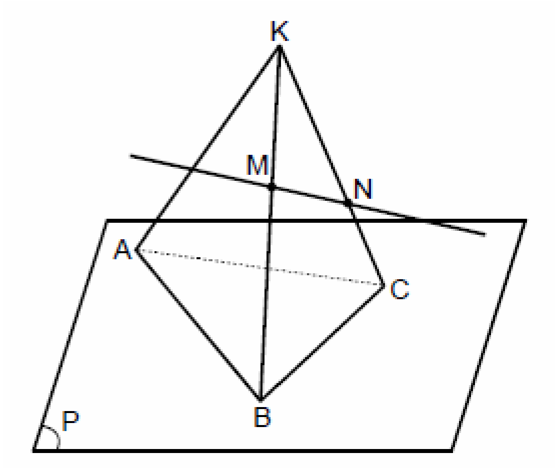
D) Paralel iki farklı doğru bir düzlem belirtir.



E) Kesişen iki farklı doğru bir düzlem belirtir.



22.



P düzlemi üzerinde bir ABC üçgeni ve bu düzlemin dışında bir K noktası alınıyor.

A, B, C noktaları K noktası ile birleştiriliyor.

[KB] ve [KC] üzerinde K, B ve C'den farklı olacak şekilde M ve N noktaları işaretleniyor ve MN doğrusu çiziliyor.

MN doğrusunun P düzlemini kestiği bilindiğine göre, kesim noktası neresidir?

A) AB doğrusu üzerinde bir nokta

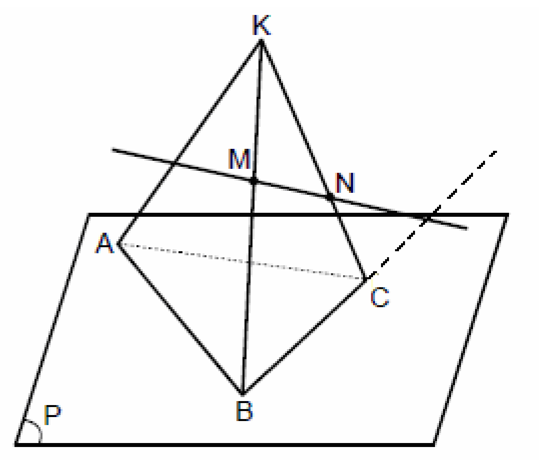
B) AC doğrusu üzerinde bir nokta

C) AK doğrusu üzerinde bir nokta

D) BC doğrusu üzerinde bir nokta

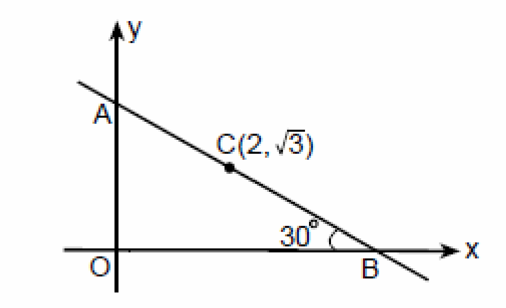
E) ABC üçgeninin ağırlık merkezi

Çözüm 22



BKC üçgeni ile düzlemin kesişimi olan BC doğrusu üzerinde bir noktada kesişirler.

23.

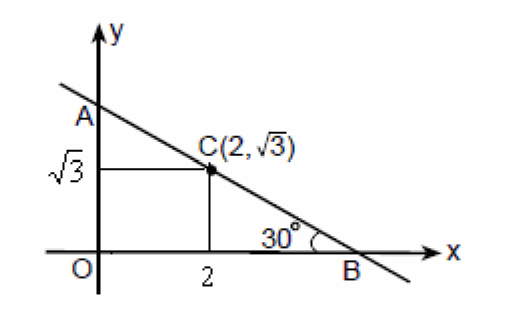


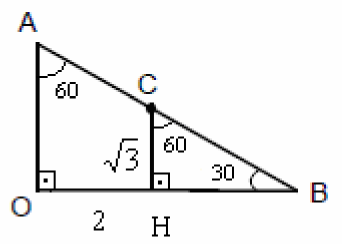
Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki AOB üçgeninin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{7\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{25\sqrt{2}}{6}$ E) $\frac{25\sqrt{3}}{6}$

Çözüm 23

I. Yol



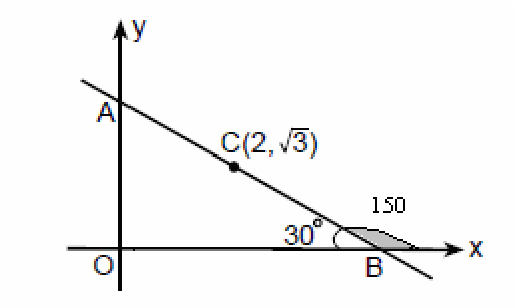


BHC dik üçgeninde, $|CH| = \sqrt{3}$ ise $|BC| = 2\sqrt{3}$ ve $|BH| = 3$ olur.

BHC ≅ BOA $\Rightarrow$ $\frac{3}{3+2} = \frac{\sqrt{3}}{|AO|}$ $\Rightarrow$ $|AO| = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

alan(AOB) = $\frac{|AO|.|OB|}{2} = \frac{\frac{5\sqrt{3}}{3}.5}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{6}$ elde edilir.

II. Yol



C(2 , $\sqrt{3}$) ve AB doğrusunun eğimi = m = tan(180 – 30) = tan150 = – tan30 = $\dfrac{-1}{\sqrt{3}}$

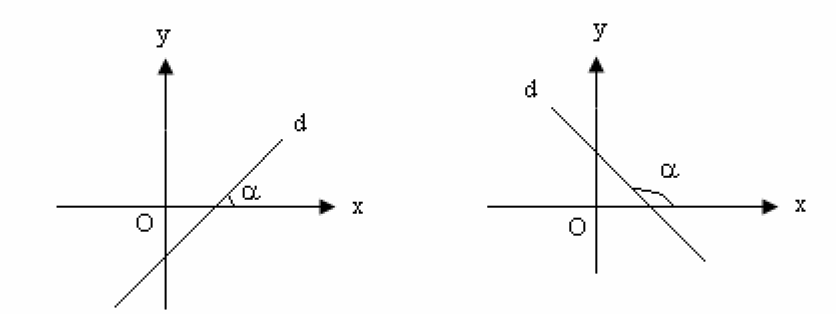
Bir noktası ve eğimi bilinen doğru denklemi : y – $\sqrt{3}$ = $\dfrac{-1}{\sqrt{3}}$.(x – 2) $\Rightarrow$ y = $\dfrac{5-x}{\sqrt{3}}$

x = 0 için y = $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$ $\Rightarrow$ (0 , $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$) $\Rightarrow$ $|OA| = \dfrac{5}{\sqrt{3}}$

y = 0 için x = 5 $\Rightarrow$ (5 , 0) $\Rightarrow$ $|OB| = 5$

$$\text{alan(AOB)} = \frac{|AO|.|OB|}{2} = \frac{\frac{5}{\sqrt{3}}.5}{2} = \frac{25}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \text{alan(AOB)} = \frac{25\sqrt{3}}{6}$$

Not :



Şekildeki α açısına d doğrusunun eğim açısı, “tanα” ya bu doğrunun eğimi denir.

$0 < \alpha < 90 \Rightarrow m = \tan\alpha > 0$

$90° < \alpha < 180° \Rightarrow m = \tan\alpha < 0$

Uyarı : Bir doğrunun x ekseninin pozitif tarafı ile yaptığı açıya eğim açısı ve eğim açısının tanjantına da eğim denir.

Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

Not : Bir noktası ve eğimi bilinen doğru denklemi

A(x_1 , y_1) ve eğim : m $\Rightarrow$ m = $\frac{y - y_1}{x - x_1}$ $\Rightarrow$ $y - y_1 = m.(x - x_1)$

24. $(x + 2)^2 + (y – 1)^2 = 100$ çemberinin 12 birim uzunluğundaki kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + (y – 1)^2 = 64$

B) $(x – 2)^2 + (y – 1)^2 = 64$

C) $(x – 2)^2 + (y + 1)^2 = 64$

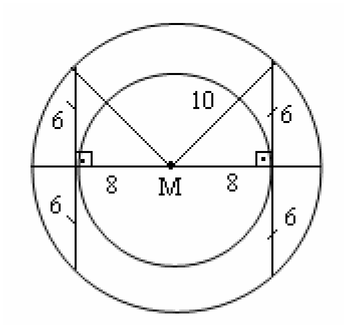
D) $(x – 2)^2 + (y + 1)^2 = 36$

E) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 81$

Çözüm 24

I. Yol

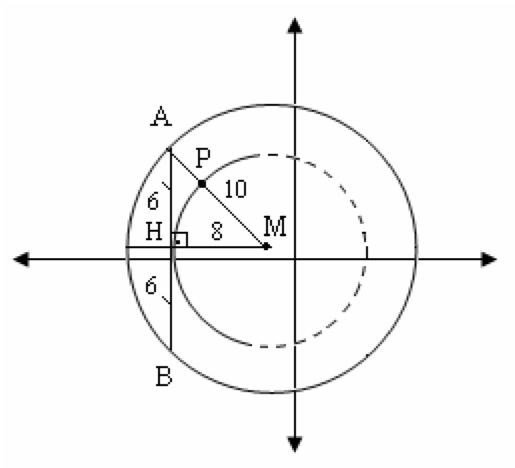
$(x + 2)^2 + (y – 1)^2 = 100$ $\Rightarrow$ Çemberin merkezi = M(– 2 , 1) ve yarıçapı = r = 10



Aynı merkeze 8 birim uzaklıktaki noktalar kümesidir.

Çemberin merkezi = M(– 2 , 1) ve yarıçapı = r = 8 $\Rightarrow$ $(x + 2)^2 + (y – 1)^2 = 64$

II. Yol



$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 100 \quad \Rightarrow \quad$ Çemberin merkezi = M(– 2 , 1) ve yarıçapı = r = 10

Çemberin kirişi [AB] olsun.

$|AB| = 12$ ise orta noktalarının uzunlukları = $|AH| = |BH| = 6$

Merkez ile kirişin orta noktasını birleştiren doğru kirişe dik olduğuna göre,

$|AH| = |HB| \quad \Rightarrow \quad [MH] \perp [AB]$

AHM dik üçgeninde, $|AH| = 6$ ve $|MA| = 10$ ise $|MH| = 8$ (pisagor)

Geometrik yere ait bir nokta P(x , y) olsun.

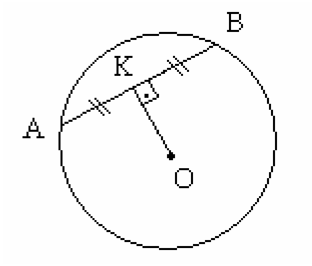
$|PM| = |MH|$ ise

İki nokta arası uzaklığa göre, P(x , y) ve M(– 2 , 1)

$\sqrt{(x-(-2))^2+(y-1)^2} = 8$

$(x - (-2))^2 + (y - 1)^2 = 64 \quad \Rightarrow \quad (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 64$ elde edilir.

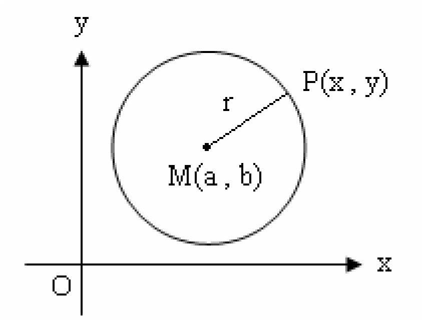
Not : Merkez ile kirişin orta noktasını birleştiren doğru kirişe diktir.



$|AK| = |KB| \quad \Rightarrow \quad [OK] \perp [AB]$

Not : Çemberin Denklemi

Koordinat düzleminde sabit M(a , b) noktasından r uzaklıkta bulunan noktaların kümesi M(a , b) merkezli r yarıçaplı çember belirtir.



Çemberin denklemi çember üzerindeki noktaların apsisleri ile ordinatları arasındaki bağıntıdır.

$r = |MP| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$

Öyleyse

Merkezi M(a , b) ve yarıçapı r olan çemberin denklemi : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ dir.

Not : Geometrik Yer

Aynı özelliği taşıyan noktaların meydana getirdikleri şekil, bu noktaların geometrik yeridir. Analitik olarak geometrik yer aramak için bu noktaların ortak özelliğini belirten şeklin denklemini bulmak gerekir.

25. p bir parametre olmak üzere, denklemleri

$(3p + 2)x + (p + 1)y + p - 1 = 0$

olan doğruların ortak noktası olan K'nin koordinatlarının toplamı kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Çözüm 25

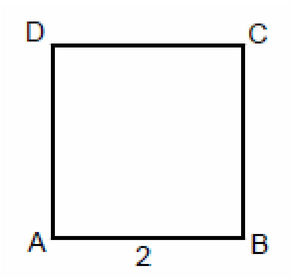
$p = -1$ için, $(3.(-1) + 2)x + (-1 + 1)y + (-1) - 1 = 0 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2$

$p = 0$ için, $(3.0 + 2)x + (0 + 1)y + 0 - 1 = 0 \Rightarrow 2x + y - 1 = 0$

$\Rightarrow x = -2$ ise $y = 5$

Buna göre, $x + y = -2 + 5 = 3$ elde edilir.

26.



ABCD bir kare

$|AB| = 12$ birim

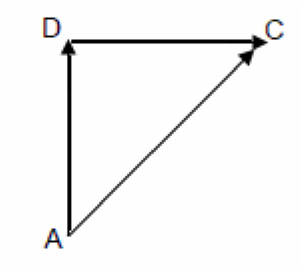
Yukarıdaki şekle göre, $< \overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} >$ iç çarpımının değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) $2\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

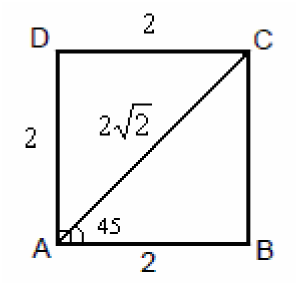
Çözüm 26

$< \overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} > = |\ \overrightarrow{AB}\ |.|(\ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}\ )|.\cos 45$

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$

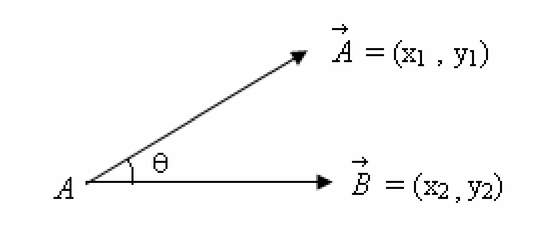


$|\ \overrightarrow{AC}\ | = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$



$< \overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AC} > = |\ \overrightarrow{AB}\ |.|\ \overrightarrow{AC}\ |.\cos 45 = 2.2\sqrt{2}\ .\ \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 4$ bulunur.

Not : İç (skaler) Çarpım



Sıfırdan farklı $\vec{A} = (x_1\ ,\ y_1)$, $\vec{B} = (x_2\ ,\ y_2)$ vektörleri arasındaki açı θ ise

$|\ \vec{A}\ |.|\ \vec{B}\ |.\cos\theta$ gerçel sayısına $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin iç (skaler) çarpımı denir ve

$\vec{A}\,.\,\vec{B}$ ya da $< \vec{A}\ ,\ \vec{B} >$ biçiminde gösterilir.

$\Rightarrow \quad \vec{A}\,.\,\vec{B} = |\ \vec{A}\ |.|\ \vec{B}\ |.\cos\theta$

27. Uzayda A(− 2 , 3 , 1) ve B(4 , 1 , 2) noktaları ile $\vec{u} = (5 , -3 , 7)$ vektörü veriliyor.

Buna göre, $\vec{w} = \overrightarrow{AB} - \vec{u}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\vec{w} = (1 , -1 , -3)$ B) $\vec{w} = (1 , 1 , -6)$ C) $\vec{w} = (5 , 1 , 10)$

D) $\vec{w} = (7 , 2 , -3)$ E) $\vec{w} = (8 , 1 , 10)$

Çözüm 27

A(− 2 , 3 , 1) ve B(4 , 1 , 2) $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = (4-(-2) , 1-3 , 2-1) = (6 , -2 , 1)$

$\vec{w} = \overrightarrow{AB} - \vec{u}$

$\vec{w} = (6 , -2 , 1) - (5 , -3 , 7) = (6-5 , -2-(-3) , 1-7) = (1 , 1 , -6)$

Not : $\vec{A} = (x_1 , y_1)$, $\vec{B} = (x_2 , y_2)$ vektörleri için $\overrightarrow{AB}$ vektörünü bulmak için,

bitim noktasının koordinatlarından başlangıç noktasının koordinatları çıkarılır.

Buna göre, $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1 , y_2 - y_1)$

Not : Vektörlerin Toplamı

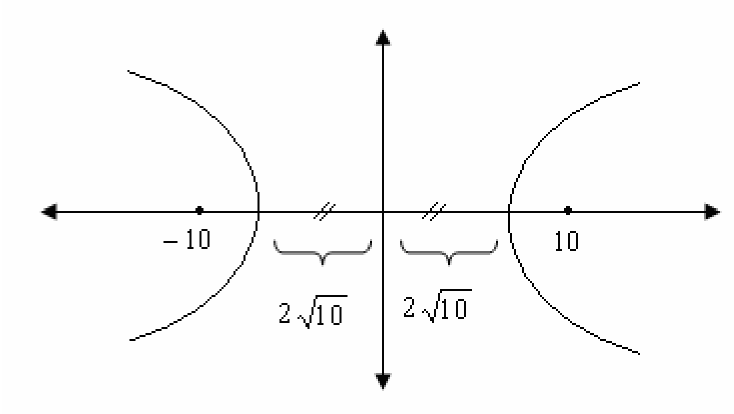
$\vec{A} = (x_1 , y_1)$, $\vec{B} = (x_2 , y_2)$ vektörleri için $\vec{A} + \vec{B} = (x_1 + x_2 , y_1 + y_2)$

28. (− 10 , 0) ve (10 , 0) noktalarına uzaklıkları farkı $4\sqrt{10}$ olan noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x^2 - 3y^2 = 40$ B) $2x^2 + 3y^2 = 80$ C) $2x^2 - 3y^2 = 80$
D) $3x^2 + 2y^2 = 120$ E) $3x^2 - 2y^2 = 120$

Çözüm 28

I. Yol



Verilenlere göre, geometrik yerinin denklemi hiperbol denklemi olur.

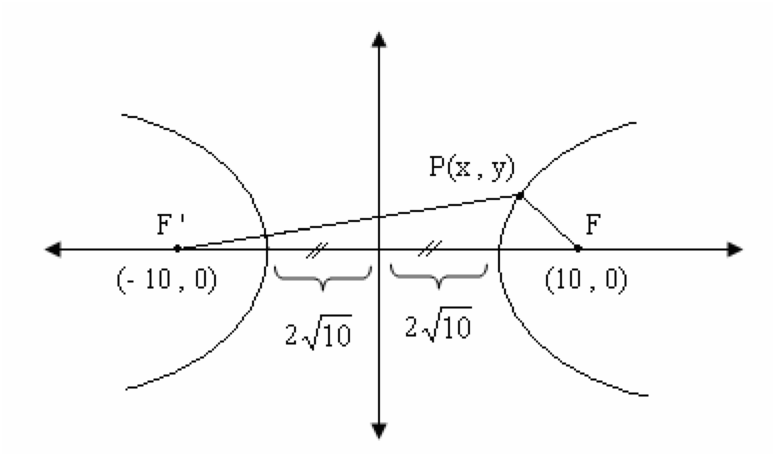
Odakları : (– 10 , 0) ve (10 , 0) $\Rightarrow$ c = 10

Uzaklıkları farkı = $4\sqrt{10}$ $\Rightarrow$ $2a = 4\sqrt{10}$ $\Rightarrow$ $a = 2\sqrt{10}$

$c^2 = a^2 + b^2$ $\Rightarrow$ $10^2 = (2\sqrt{10})^2 + b^2$ $\Rightarrow$ $b^2 = 100 - 40$ $\Rightarrow$ $b^2 = 60$

Hiperbolün denklemi : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ olduğuna göre, $\frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{60} = 1$ $\Rightarrow$ $3x^2 - 2y^2 = 120$

II. Yol



Noktalar P(x , y) olsun.

Hiperbol tanımına göre, $|PF'| - |PF| = 2a$

İki nokta arası uzaklık formülünden,

$$\sqrt{(x-(-10))^2+(y-0)^2} - \sqrt{(x-10)^2+(y-0)^2} = 4\sqrt{10}$$

$$\sqrt{(x+10)^2+y^2} - \sqrt{(x-10)^2+y^2} = 4\sqrt{10}$$

$\sqrt{(x+10)^2+y^2} = 4\sqrt{10} + \sqrt{(x-10)^2+y^2}$ karesi alınırsa,

$$(x + 10)^2 + y^2 = 160 + 8\sqrt{10}\sqrt{(x-10)^2+y^2} + (x - 10)^2 + y^2$$

$$20x = 160 + 8\sqrt{10}\sqrt{(x-10)^2+y^2} - 20x$$

$40x - 160 = 8\sqrt{10}\sqrt{(x-10)^2+y^2} \quad \Rightarrow \quad 5x - 20 = \sqrt{10}\sqrt{(x-10)^2+y^2}$ karesi alınırsa,

$$25x^2 - 200x + 400 = 10((x - 10)^2 + y^2)$$

$$5x^2 - 40x + 80 = 2(x^2 - 20x + 100 + y^2)$$

$$5x^2 - 40x + 80 = 2x^2 - 40x + 200 + 2y^2 \quad \Rightarrow \quad 3x^2 - 2y^2 = 120$$

Not : Hiperbol

Bir düzlemde, sabit iki noktaya olan uzaklıkları farkı sabit olan noktaların geometrik yerine hiperbol denir.

Sabit iki noktaya hiperbolün odakları denir.

29. $y^2 = -4x$ parabolünün $x = 2$ doğrusuna göre simetriğinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^2 = 4x$ B) $y^2 = -4(x-2)$ C) $y^2 = -4(x+4)$
D) $y^2 = 2(x-4)$ E) $y^2 = 4(x-4)$

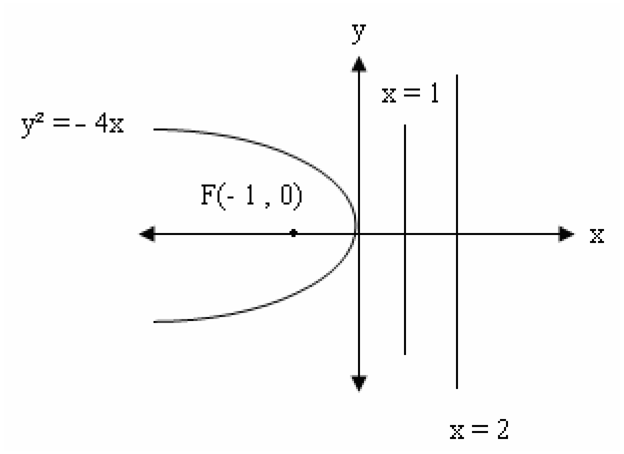
Çözüm 29

I. Yol

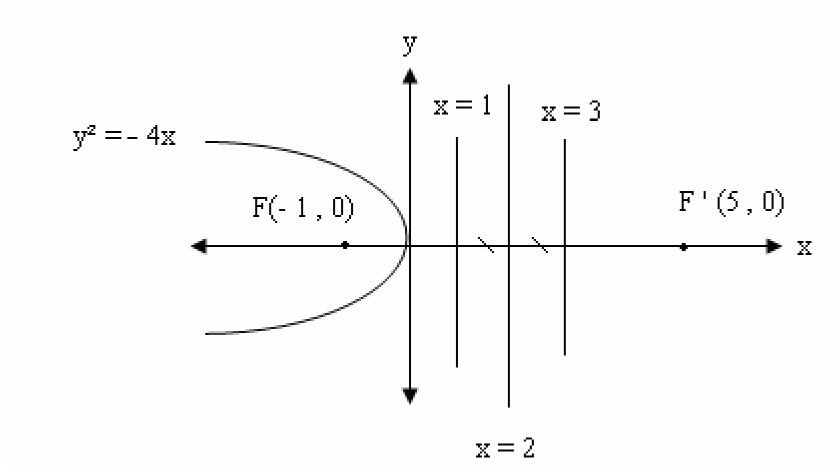
$y^2 = -4x \Rightarrow -2p = -4 \Rightarrow p = 2$ olduğuna göre,

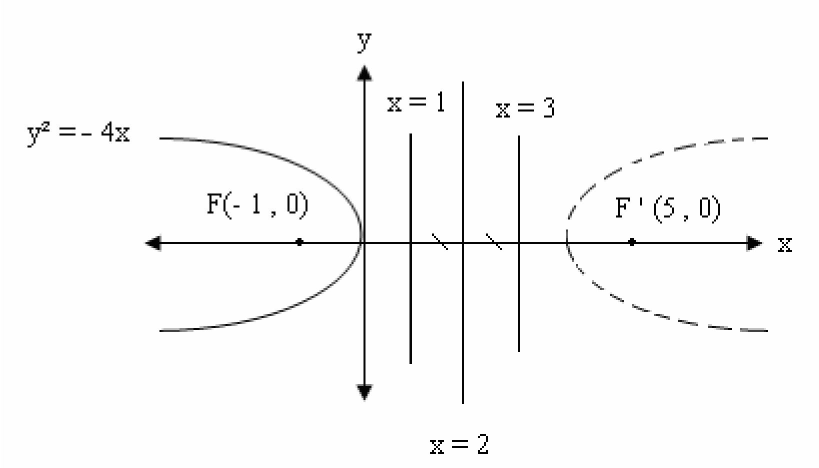
$y^2 = -4x$ parabolünün odağı : $F(-\frac{p}{2}, 0) = F(-\frac{2}{2}, 0) = F(-1, 0)$

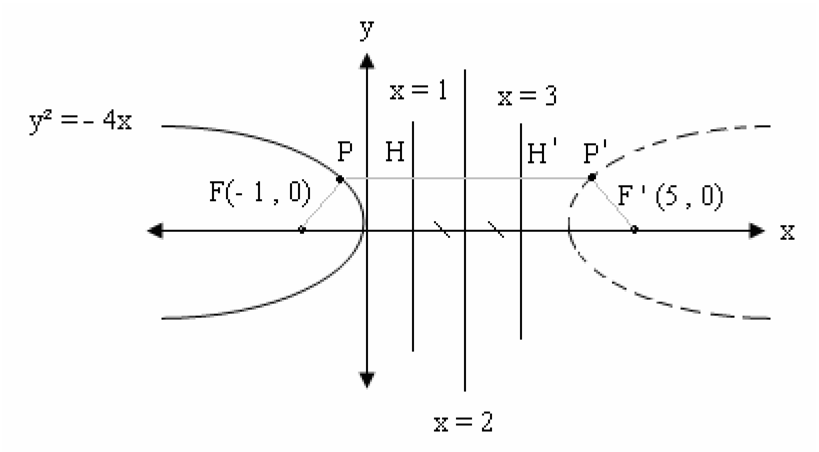
ve doğrultman vektörü : $x = \frac{p}{2} = 1$ ise



$x = 2$ doğrusuna göre simetriği,







F(– 1 , 0) noktasının x = 2 doğrusuna göre simetriği, F’(5 , 0) olacağına göre,

Odağı F’(5 , 0) ve doğrultman vektörü x = 3 olan parabolün denklemi :

P’(x , y) noktasının odağa olan uzaklığı :

$|P'F'| = \sqrt{(x-5)^2 + (y-0)^2} \quad \Rightarrow \quad |P'F'| = \sqrt{(x-5)^2 + y^2}$

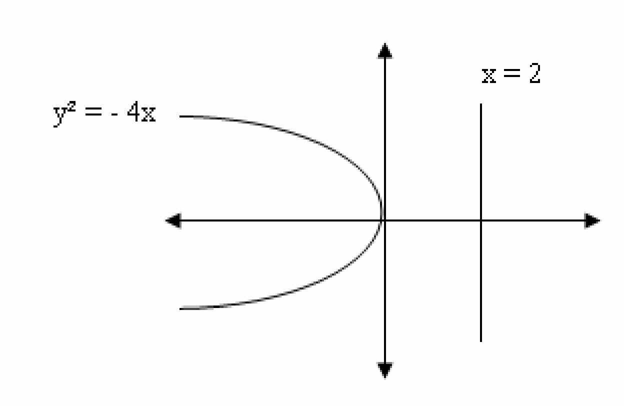
Doğrultmana olan uzaklığı : $|P'H'| = x - 3$

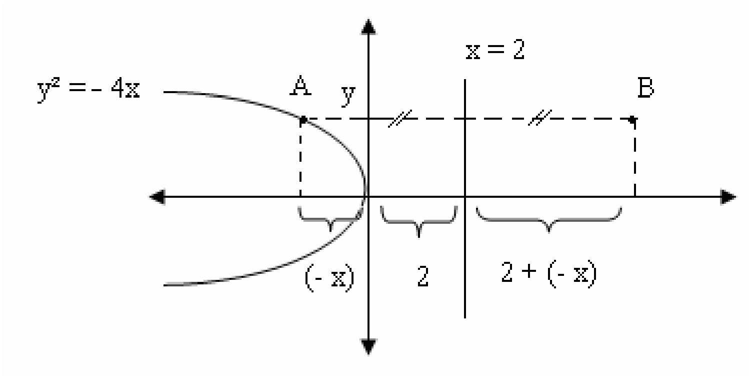
Parabol tanımından, $|P'F'| = |P'H'|$ olacağından,

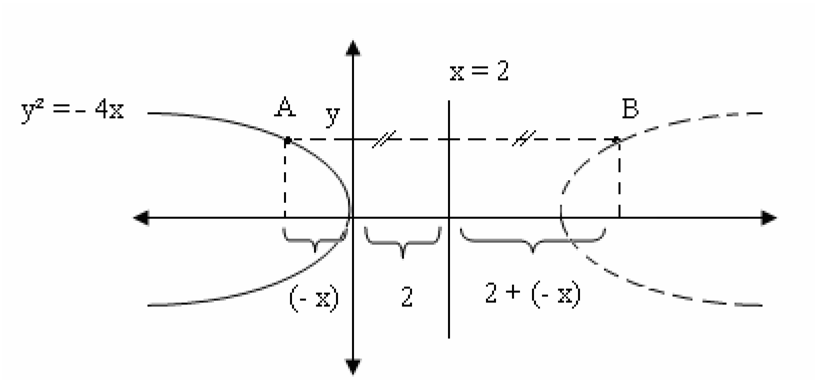
$\sqrt{(x-5)^2 + y^2} = x - 3 \quad \Rightarrow \quad (x-5)^2 + y^2 = (x-3)^2$

$x^2 - 10x + 25 + y^2 = x^2 - 6x + 9 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 4x - 16 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 4(x-4)$

II. Yol







$y^2 = -4x$ parabolünün üzerindeki A(x , y) noktasının x = 2 doğrusuna göre simetriği,

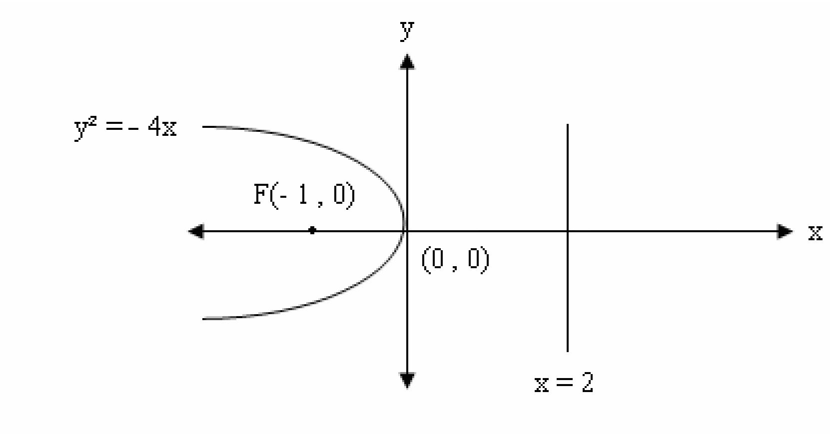
$x < 0$ için

$B(2 + (2 - x)\ ,\ y) = B(4 - x\ ,\ y)$

B noktası parabolün denklemini sağlayacağına göre,

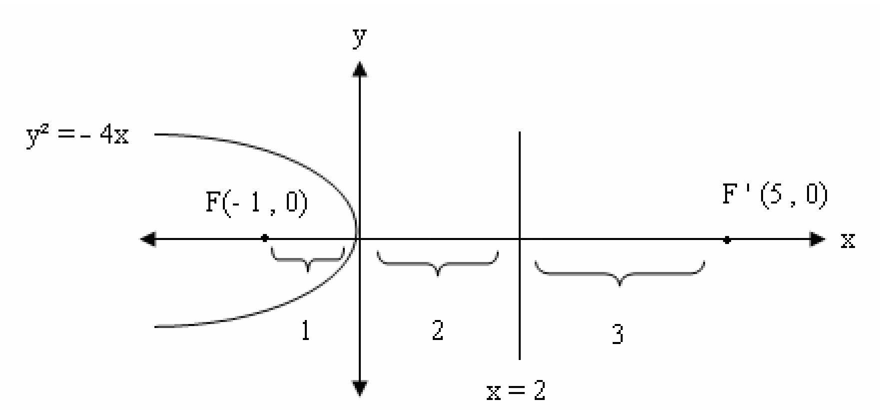
$y^2 = -4x \quad \Rightarrow \quad y^2 = -4(4 - x) \quad \Rightarrow \quad y^2 = 4(x - 4)$

III. Yol



$y^2 = -4x \quad \Rightarrow \quad -2p = -4 \quad \Rightarrow \quad p = 2$ olduğuna göre,

$y^2 = -4x$ parabolünün odağı : $F(-\dfrac{2}{2}\ , 0) = F(-1\ , 0)$



$F(-1\ , 0)$ noktasının $x = 2$ doğrusuna göre simetriği, $F'(5\ , 0)$ olacağına göre,

Ekseni Koordinat Eksenlerine Paralel Olan Parabolün Denkleminden,

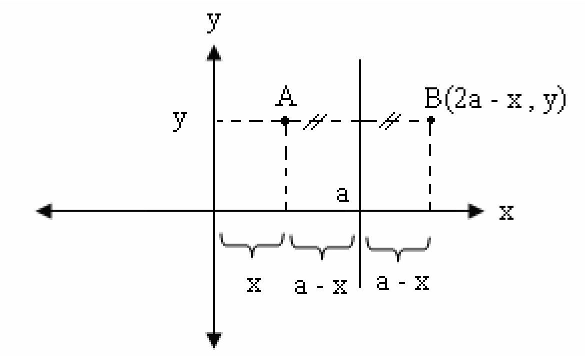
Odağı : $F'(h + \dfrac{p}{2}\ , k) = F'(5\ , 0) \quad \Rightarrow \quad h + 1 = 5 \quad \Rightarrow \quad h = 4\ ,\ k = 0$

Doğrultman denklemi : $x = 4 - 1 = 3$

Köşesi $A(h\ , k) = A(4\ , 0)$, ekseni Ox – eksenine paralel olan ve doğrultmanının sağında bulunan parabolün denklemine göre,

$(y - k)^2 = 2p(x - h) \quad \Rightarrow \quad (y - 0)^2 = 2.2(x - 4) \quad \Rightarrow \quad y^2 = 4(x - 4)$

Not : x = a doğrusuna göre simetri



B noktasının apsisi = a + a – x = 2a – x

A(x , y) noktasının x = a doğrusuna göre simetriği B(2a – x , y) dir.

Not : Parabolün Analitik İncelemesi

Bir düzlemde, sabit bir noktaya ve sabit bir doğruya eşit uzaklıkta olan noktaların geometrik yerine parabol denir.

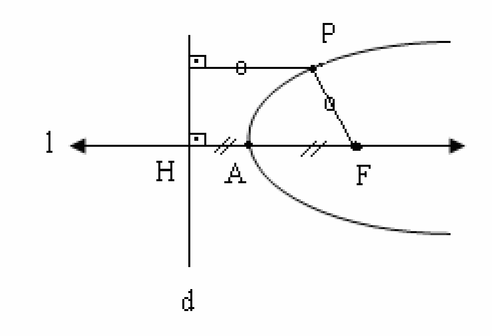
Sabit noktaya parabolün odağı,

Sabit doğruya parabolün doğrultmanı,

Parabolün doğrultmana en yakın olan noktasına parabolün köşesi,

Odaktan geçen ve doğrultmana dik olan doğruya parabolün ekseni,

Odağın doğrultmana olan uzaklığına da parabolün parametresi denir.



Yukarıdaki şekilde

F – odak

d – doğrultman

l – eksen

A – tepe noktası

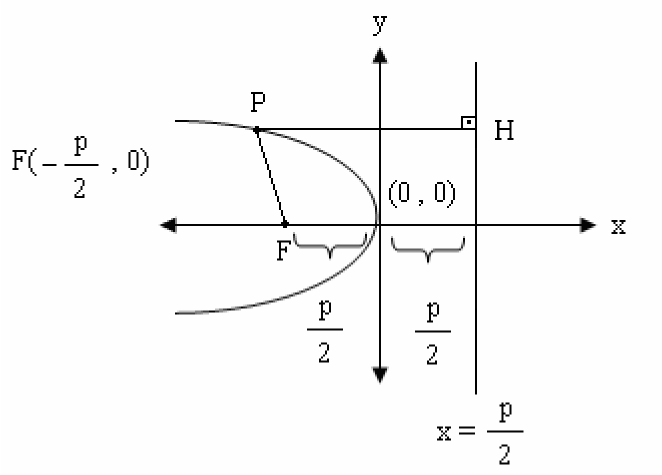
$|AH| = |AF|$ olduğundan tepe noktası F den doğrultmana indirilen dikmenin orta noktasıdır.

$|FH|$ uzunluğu parabolün parametresidir. p ile gösterilir. Buna göre, $|FH| = p$ dir.

Not :

Tepe noktası O(0 , 0) ve odağı koordinat eksenleri üzerinde bulunan parabolün denklemi

Odağı F($-\frac{p}{2}$, 0) ve doğrultmanı x = $\frac{p}{2}$ olan parabolün denklemi,



P noktasının odağa olan uzaklığı : P(– x , y)

Odağı : F($-\frac{p}{2}$, 0) olduğuna göre,

$$|PF| = \sqrt{\left(-x-(-\frac{p}{2})\right)^2+(y-0)^2} \Rightarrow |PF| = \sqrt{\left(-x+\frac{p}{2}\right)^2+y^2}$$

Doğrultmana olan uzaklığı : $|PH| = -x + \frac{p}{2}$

$|PF| = |PH|$ olacağından,

$$\sqrt{\left(-x+\frac{p}{2}\right)^2+y^2} = -x+\frac{p}{2} \Rightarrow \left(-x+\frac{p}{2}\right)^2+y^2 = \left(-x+\frac{p}{2}\right)^2$$

$$x^2 + px + \frac{p^2}{4} + y^2 = x^2 - px + \frac{p^2}{4} \Rightarrow y^2 = -2px$$

Buna göre, odağı doğrultmanından p kadar uzakta olan parabolün denklemi : $y^2 = -2px$ olur.

Simetri ekseni Ox – eksenidir.

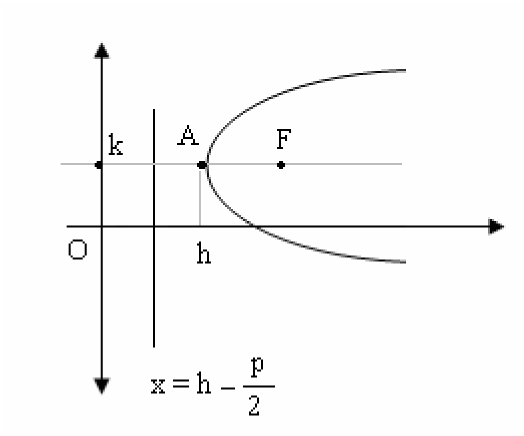
Not : Ekseni Koordinat Eksenlerine Paralel Olan Parabolün Denklemi

Köşesi A(h , k) , ekseni Ox – eksenine paralel olan ve doğrultmanının sağında bulunan parabolün denklemi :

$$(y - k)^2 = 2p(x - h)$$

Odağı : F$\left(h + \frac{p}{2}, k\right)$

Doğrultman denklemi : $x = h - \frac{p}{2}$ dir.



Burada p parametresi odakla doğrultman arasındaki uzaklığı gösteren bir pozitif sayıdır.

30. Uzayda $\frac{x}{p} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{4}$ doğrusu

$3x + (p + 1).y + 2z - 5 = 0$ düzlemine paralel olduğuna göre, p kaçtır?

A) 1 B) 0 C) −1 D) −2 E) −3

Çözüm 30

$\frac{x}{p} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{4}$ doğrusunun doğrultman vektörü : $\vec{v}$ = (p , 2 , 4)

3x + (p + 1).y + 2z − 5 = 0 düzleminin normali : $\vec{n}$ = (3 , (p + 1) , 2)

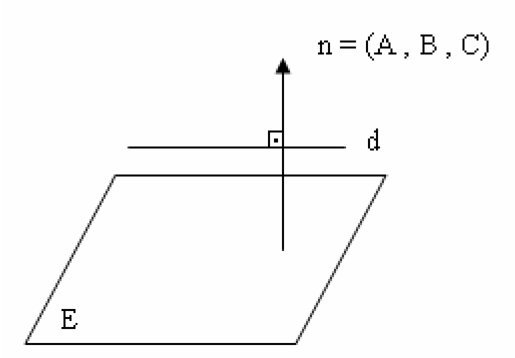
Doğrunun düzleme paralel olması için, $\vec{v} \perp \vec{n}$ olmalıdır.

İki vektör dik olduğunda iç çarpımları sıfır olacağından,

$\vec{v} \perp \vec{n} \Rightarrow$ p.3 + 2.(p + 1) + 4.2 = 0

$\Rightarrow$ 3p + 2p + 2 + 8 = 0 $\Rightarrow$ 5p = – 10 $\Rightarrow$ p = – 2 bulunur.

Not : Bir doğru ile bir düzlemin paralel olma şartı



d : $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ doğrusu E : Ax + By + Cz + D = 0 düzlemine paralel olsun.

Bu durumda düzlemin $\vec{n}$ = (A , B , C) normali ile doğrunun $\vec{v}$ = (a , b , c) doğrultman vektörü birbirine dik olurlar.

Dolayısıyla öklid iç çarpımları sıfırdır.

Buna göre, d // E $\Leftrightarrow$ a.A + b.B + c.C = 0 bulunur.

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA