

Öğrenci Seçme Sınavı (Öss) / 2 Mayıs 1999

Matematik Soruları ve Çözümleri

(İptal edilen sınav)

1. $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} - \frac{2}{\frac{2}{3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{5}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm 1

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} - \frac{2}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

2. $1 - \frac{1 - \frac{x}{2}}{2} = 1$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 3 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

Çözüm 2

$$1 - \frac{1 - \frac{x}{2}}{2} = 1 - \frac{1 - \frac{2-x}{2}}{2} = 1 - \frac{1 - \frac{2-x}{4}}{2} = 1 - \frac{2+x}{4} = 1 - \frac{2+x}{8} = \frac{6-x}{8} = 1$$

$$\frac{6-x}{8} = 1 \Rightarrow 6-x=8 \Rightarrow x=-2$$

3. $a = \frac{10}{11}$ $b = \frac{100}{111}$ $c = \frac{1000}{1111}$ olduğuna göre,

aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $c < b < a$ B) $c < a < b$ C) $a < b < c$ D) $a < c < b$ E) $b < c < a$

Çözüm 3

$$a = \frac{10}{11} = \frac{1}{\frac{11}{10}} = \frac{1}{1,1}$$

$$b = \frac{100}{111} = \frac{1}{\frac{111}{100}} = \frac{1}{1,11}$$

$$c = \frac{1000}{1111} = \frac{1}{\frac{1111}{1000}} = \frac{1}{1,111}$$

payları eşit olan kesirlerin,

paydası büyük olan daha küçük olacağından,

$c < b < a$ olur.

4. $\sqrt{(-4)^2} - \sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt{25}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -10 B) -2 C) 10 D) 12 E) 14

Çözüm 4

$$\sqrt{(-4)^2} - \sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt{25} = |-4| - (-3) + |5| = 4 + 3 + 5 = 12$$

5. $0 < a < 1$ ve $b > 0$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

- A) $a.b < 0$ B) $a.b > 1$ C) $a.b < b$ D) $a.b > b$ E) $a.b < a$

Çözüm 5

$$\left. \begin{array}{l} 0 < a < 1 \Rightarrow a < 1 \\ b > 0 \end{array} \right\} a.b < 1.b \Rightarrow a.b < b$$

6. $A < B$ olmak üzere, üç basamaklı $5AB$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 1 dir.

Bu sayının 4 ile bölünebilmesi için A nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Çözüm 6

$5AB$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 1 $\Rightarrow B = 1$ veya $B = 6$ olur.

$5AB$ sayısının 4 ile bölünebilmesi için $B = 6$ olmalıdır.

(son iki basamağının (AB) 4 ün katı olması gerekir.)

$5A6$ sayısının 4 ile tam bölünebilmesi için, son iki basamağının $(A6)$ 4 ün katı olması gerekir.

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$A < B$ olduğuna göre, $A = \{1, 3, 5\}$ değerlerini alır.

Toplam = $1 + 3 + 5 = 9$ olur.

7. Bir x sayısının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 25 tir.

Buna göre, x^2 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm 7

x in, rakamlarının toplamı 25 olduğuna göre, 9 ile bölümünden kalan, $25 \Rightarrow 5 + 2 = 7$

Buna göre, x^2 nin 9 ile bölümünden kalan $\Rightarrow x^2 = x.x \Rightarrow 7.7 = 49$

$\Rightarrow 4 + 9 = 13 \Rightarrow 1 + 3 = 4$ bulunur.

Not : 9 ile bölünebilme kuralı

Bir sayının 9 ile tam bölünebilmesi için,

sayının rakamlarının toplamının 9 veya 9 un katları olması gerekir.

Bir sayının 9 a bölümündeki kalan,

sayının rakamlarının toplamının 9 a bölümündeki kalana eşittir.

8. Üç basamaklı ABC sayısı iki basamaklı AB sayısından 232 fazladır.

Buna göre, $A + B + C$ toplamı kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

Çözüm 8

$$ABC = AB + 232 \Rightarrow 100.A + 10.B + C = 10.A + B + 232$$

$$90.A + 9.B + C = 232 \Rightarrow 9(AB) + C = 232 = 9.25 + 7 \Rightarrow A = 2, B = 5, C = 7$$

Buna göre, $A + B + C = 2 + 5 + 7 = 14$ olur.

9. Rakamları birbirinden farklı olan ve yüzler basamağındaki rakam ile birler basamağındaki rakam yer değiştirdiğinde sayı değeri 693 artan, üç basamaklı kaç tane ABC doğal sayısı vardır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

Çözüm 9

Sayı = ABC olsun.

$CBA - ABC = 693$ olduğuna göre,

$$(100.C + 10.B + A) - (100.A + 10.B + C) = 693$$

$$99.C - 99.A = 693 \Rightarrow 99.(C - A) = 693 \Rightarrow C - A = 7 \text{ olur.}$$

$$C = 8 \Rightarrow A = 1 \Rightarrow B = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\} (A \neq B \neq C)$$

$ABC \Rightarrow \{108, 128, 138, 148, 158, 168, 178, 198\}$ biçiminde 8 tane sayı yazılabilir.

$$C = 9 \Rightarrow A = 2 \Rightarrow B = \{0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} (A \neq B \neq C)$$

$ABC \Rightarrow \{209, 219, 239, 249, 259, 269, 279, 289\}$ biçiminde 8 tane sayı yazılabilir.

Buna göre, istenen özellikte $8 + 8 = 16$ tane sayı yazılabilir.

10. Boş kümeden farklı A ve B kümeleri için,

$3.s(A - B) = 4.s(A \cap B) = 5.s(B - A)$ olduğuna göre,

$A \cup B$ kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

A) 12 B) 27 C) 35 D) 47 E) 60

Çözüm 10

$A \cup B$ kümesinin eleman sayısının en az olması için,

$s(A - B)$, $s(A \cap B)$, $s(B - A)$ nin en küçük değerini alması gerekir.

$3.s(A - B) = 4.s(A \cap B) = 5.s(B - A) \Rightarrow$ e.k.o.k.(3, 4, 5) = 60 olduğuna göre,

$$s(A - B) = 20$$

$$s(A \cap B) = 15$$

$$s(B - A) = 12 \text{ olur.}$$

$$s(A \cup B) = s(A - B) + s(A \cap B) + s(B - A) \Rightarrow s(A \cup B) = 20 + 15 + 12 = 47 \text{ bulunur.}$$

11. Pozitif gerçel (reel) sayılar kümesi üzerinde her a, b için, $a * b = \frac{a \cdot b}{a + b}$ işlemi

tanımlanmıştır.

Buna göre, $\frac{1}{2} * \frac{3}{4} = \frac{1}{3} * m$ eşitliğinde m sayısı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm 11

$$\frac{1}{2} * \frac{3}{4} = \frac{1}{3} * m \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot m}{\frac{1}{3} + m} \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{m}{1 + 3m} \Rightarrow 10m = 3 + 9m \Rightarrow m = 3$$

12. a, b, c farklı pozitif tamsayılar ve $\frac{a+b}{b} > 4$, $\frac{b+c}{c} < 5$ olduğuna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm 12

$$\frac{a+b}{b} > 4 \Rightarrow \frac{a}{b} + 1 > 4 \Rightarrow \frac{a}{b} > 3 \quad b = 1 \text{ için } a = 4 \text{ olabilir.}$$

$$\frac{b+c}{c} < 5 \Rightarrow b + c < 5c \Rightarrow b < 4c \quad b = 1 \text{ için } c = 2 \text{ olabilir.}$$

$$a + b + c \text{ toplamının en küçük değeri} = 4 + 1 + 2 = 7$$

13. $a = \frac{b}{3}$, $a^b = 2^{24}$ olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

Çözüm 13

$$a = \frac{b}{3} \Rightarrow b = 3a$$

$$a^b = 2^{24} \Rightarrow a^{3a} = 2^{2 \cdot 12} \Rightarrow a^{3a} = (2^2)^{12} \Rightarrow a^{3a} = 4^{12} \Rightarrow a^{3a} = 4^{3 \cdot 4} \Rightarrow a = 4$$

$$a = 4 \Rightarrow b = 3 \cdot 4 = 12$$

O halde, a.b = 4.12 = 48 elde edilir.

14. Bir şişenin ağırlığı boşken x gram, $\frac{1}{3}$ ü sıvı ile doluyken y gramdır.

Bu şişenin tamamı aynı sıvı ile doluyken ağırlığı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3y - x B) 3y - 2x C) y - x D) y - 2x E) y - 3x

Çözüm 14

$$\text{Şişe} = x \text{ gr}$$

$$(\text{şişe} + \frac{1}{3} \cdot \text{sıvı}) = y \text{ gr}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \text{sıvı} = y - x \Rightarrow \text{sıvı} = 3 \cdot (y - x) \text{ gr}$$

$$\text{Şişe} + \text{sıvı} = x + 3 \cdot (y - x) = x + 3y - 3x = 3y - 2x \text{ gr bulunur.}$$

15. Bir ailenin bütün bireylerinin bugünkü yaşları toplamı 150, üç yıl önceki yaş ortalaması 27 dir.

Üç yıl içinde birey sayısında değişiklik olmayan bu ailede kaç birey vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm 15

Ailenin birey sayısı = n olsun.

$$27 \cdot n \text{ (3 yıl önceki yaşları toplamı)}$$

$$(27 + 3) \cdot n = 150 \text{ (bugünkü yaşları toplamı)} \Rightarrow n = 5$$

16. Bir parkta, bir kısmı 3 kişilik, diğerleri 5 kişilik olan toplam 16 bank vardır.

Banklardaki oturma yerlerinin tamamı 62 kişilik olduğuna göre, 5 kişilik bank sayısı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm 16

$$5 \text{ kişilik bank sayısı} = x$$

$$3 \text{ kişilik bank sayısı} = y \text{ olsun.}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 16 \\ 5x + 3y = 62 \end{array} \right\} x = 7 \text{ bulunur.}$$

17. Bir okuldaki her bayan öğretmenin, okuldaki bayan meslektaşlarının sayısı, erkek meslektaşlarının sayısının iki katından 6 fazla; her erkek öğretmenin de okuldaki bayan meslektaşlarının sayısı, erkek meslektaşlarının sayısının üç katından 1 eksiktir.

Buna göre, okulda toplam kaç öğretmen vardır?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

Çözüm 17

Bayan öğretmen sayısı = b

Erkek öğretmen sayısı = e olsun.

Verilenlere göre, $b - 1 = 2e + 6$ ve $b = 3(e - 1) - 1$

Bu iki denklem çözümlerse, $3(e - 1) - 1 - 1 = 2e + 6 \Rightarrow e = 11$ ve $b = 29$ bulunur.

Toplam öğretmen sayısı = $b + e = 29 + 11 = 40$ elde edilir.

18. Bir havuzu % 20 lik tuzlu su akıtan bir musluk 10 saatte, % 30 luk tuzlu su akıtan başka bir musluk 15 saatte dolduruyor.

Boş olan bu havuz muslukların ikisi birlikte açılarak doldurulduğunda, havuzdaki suyun tuz oranı yüzde kaç olur?

A) 24 B) 25 C) 26 D) 28 E) 30

Çözüm 18

Havuz = x litre olsun.

% 20 lik tuzlu su akıtan bir musluk 10 saatte havuzu doldurduğuna göre,

1 saatte havuzun $\frac{x}{10}$ litresini doldurur.

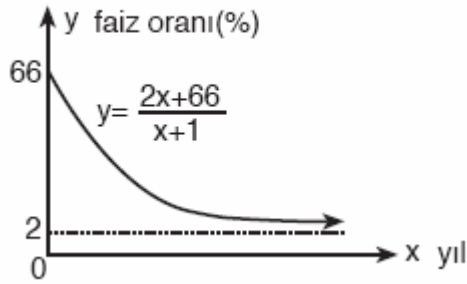
% 30 luk tuzlu su akıtan başka bir musluk 15 saatte havuzu doldurduğuna göre,

1 saatte havuzun $\frac{x}{15}$ litresini doldurur.

% 20 lik ($\frac{x}{10}$ litre tuzlu su) + % 30 luk ($\frac{x}{15}$ litre tuzlu su) = % a lık karışım ($\frac{x}{10} + \frac{x}{15}$)

$$\frac{20}{100} \cdot \frac{x}{10} + \frac{30}{100} \cdot \frac{x}{15} = \frac{a}{100} \cdot \left(\frac{x}{10} + \frac{x}{15} \right) \Rightarrow 2x + 2x = a \cdot \frac{x}{6} \Rightarrow a = 24$$

19.



Yukarıdaki şekilde, bir bankanın vadeli hesaplara uygulayacağı yıllık faiz oranlarını

belirleyen $y = \frac{2x+66}{x+1}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Bu grafiğe göre, kaçınıcı yıldan sonra yıllık faiz oranı % 10 un altına düşer?

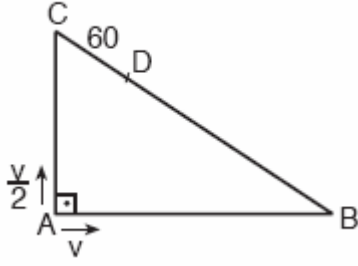
- A) 2. B) 4. C) 5. D) 6. E) 7.

Çözüm 19

$$\text{Verilenler göre, } y < 10 \Rightarrow \frac{2x+66}{x+1} < 10 \Rightarrow 2x+66 < 10x+10 \Rightarrow x > 7$$

7. yıldan sonra yıllık faiz oranı % 10 un altına düşer.

20.



Şekildeki ABC dik üçgeninin, A köşesinde bulunan iki hareketliden biri B ye doğru saatte v metre sabit hızla, öteki de C ye doğru saatte $\frac{v}{2}$ metre sabit hızla aynı anda harekete başlıyor ve ilk kez [BC] üzerindeki D noktasında karşılaşıyorlar.

3. $|AB| = 4 \cdot |AC|$ ve $|CD| = 60$ m olduğuna göre, $|BC|$ uzunluğu kaç m dir?

- A) 320 B) 300 C) 280 D) 260 E) 240

Çözüm 20

$$3 \cdot |AB| = 4 \cdot |AC|$$

$$|AB| = 4x \text{ olsun. } |AC| = 3x \text{ olur. } |BC| = 5x \text{ (pisagor)}$$

A – B – D yolunu izleyen hareketli, hızı v ise t saatte ($x = v \cdot t$)

$$|AD| = |AB| + |BD| = 4x + (5x - 60) = v \cdot t \quad (*)$$

A – C – D yolunu izleyen hareketli, hızı $\frac{v}{2}$ ise t saatte ($x = v \cdot t$)

$$|AD| = |AC| + |CD| = 3x + 60 = \frac{v}{2} \cdot t \Rightarrow 6x + 120 = v \cdot t \quad (**)$$

$$(*) = (**) \Rightarrow 4x + (5x - 60) = 6x + 120 \Rightarrow x = 60$$

$$|BC| = 5x = 5 \cdot 60 = 300 \text{ m}$$

21. 5 , 6 , 7 , 8 , 9 rakamlarını kullanarak rakamları birbirinden farklı olan, üç basamaklı ve 780 den küçük kaç değişik sayı yazılabilir?

- A) 46 B) 42 C) 36 D) 30 E) 24

Çözüm 21

abc sayısı 780 den küçük olsun.

$$a = 5 \Rightarrow 4.3 = 12 \text{ sayı yazılabilir.}$$

(a = 5 ise b diğer 4 rakam arasından 4 değişik şekilde, c de kalan 3 rakam arasından 3 değişik şekilde seçilir.)

$$a = 6 \Rightarrow 4.3 = 12 \text{ sayı yazılabilir.}$$

(a = 6 ise b diğer 4 rakam arasından 4 değişik şekilde, c de kalan 3 rakam arasından 3 değişik şekilde seçilir.)

$$a = 7 \Rightarrow 2.3 = 6$$

(a = 7 ise sayının 780 den küçük olması için, b rakamı 5 ve 6 arasından 2 değişik şekilde, c ise kalan 3 rakam arasından 3 değişik şekilde seçilir.)

$$abc < 780 \text{ (} a \neq b \neq c \text{)} \Rightarrow 12 + 12 + 6 = 30 \text{ sayı yazılabilir.}$$

22. $x < 0$ olmak üzere, $|x - |x - 8|| - 8$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 16 B) $-2x$ C) $-4x$ D) $-2x + 16$ E) $-4x + 16$

Çözüm 22

$$x < 0 \Rightarrow x - 8 < 0$$

$$|x - |x - 8|| - 8 = |x - (-x + 8)| - 8 = |x + x - 8| - 8 = |2x - 8| - 8$$

$$x < 0 \Rightarrow 2x - 8 < 0$$

$$|2x - 8| - 8 = -(2x - 8) - 8 = -2x + 8 - 8 = -2x \text{ elde edilir.}$$

23. $\left[\frac{x}{1 + \frac{x}{y}} - \frac{y}{1 - \frac{y}{x}} \right] \cdot \frac{x^2 - y^2}{x \cdot y}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) xy B) $2x$ C) $2y$ D) $-2x$ E) $-2y$

Çözüm 23

$$\begin{aligned} & \left[\frac{x}{1+\frac{x}{y}} - \frac{y}{1-\frac{y}{x}} \right] \cdot \frac{x^2-y^2}{x \cdot y} = \left[\frac{x}{\frac{y+x}{y}} - \frac{y}{\frac{x-y}{x}} \right] \cdot \frac{x^2-y^2}{x \cdot y} \\ & = \left[\frac{x \cdot y}{y+x} - \frac{y \cdot x}{x-y} \right] \cdot \frac{x^2-y^2}{x \cdot y} = \left[xy \left(\frac{1}{y+x} - \frac{1}{x-y} \right) \right] \cdot \frac{x^2-y^2}{x \cdot y} \\ & = \left[\frac{(x-y) - (x+y)}{(y+x)(x-y)} \right] \cdot (x^2-y^2) = \frac{-2y}{x^2-y^2} \cdot (x^2-y^2) = -2y \end{aligned}$$

24. a, b gerçel (reel) sayılar ve

$$A = -a^2 + 8a + 1$$

$$B = b^2 + 18b + 5 \text{ olduğuna göre,}$$

A'nın en büyük sayı değeri ile B'nin en küçük sayı değeri toplamı kaçtır?

A) -59 B) -50 C) 60 D) 70 E) 80

Çözüm 24

$$A = -a^2 + 8a + 1 = -(a-4)^2 + 17 \Rightarrow a = 4 \text{ için A en büyük değerini alır. } A = 17 \text{ olur.}$$

$$B = b^2 + 18b + 5 = (b+9)^2 - 76 \Rightarrow b = -9 \text{ için B en küçük değerini alır. } B = -76 \text{ olur.}$$

$$A + B = 17 + (-76) = 17 - 76 = -59 \text{ bulunur.}$$

25. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0$ denkleminin köklerinden biri x_1 dir.

Buna göre, $x_1^2 + \frac{1}{x_1^2}$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

Çözüm 25

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0 \Rightarrow \left(\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3\right)^2 = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \Rightarrow x_1^2 + \frac{1}{x_1^2} = 7$$

26. Katsayılarının toplamı -2 olan bir $P(x)$ polinomunun $(x + 3)$ ile bölümünden kalan -10 dur.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x^2 + 2x - 3$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 4$ B) $2x - 1$ C) $3x + 1$ D) 20 E) -12

Çözüm 26

$$\text{Katsayılarının toplamı} = P(1) = -2$$

$$P(-3) = -10$$

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3) \cdot (x - 1)$$

$P(x)$ polinomunun, $(x + 3) \cdot (x - 1)$ ile bölümünden kalan : $mx + n$ olsun.

$$P(x) = [(x + 3) \cdot (x - 1)] \cdot Q(x) + mx + n$$

$$\Rightarrow P(1) = [(1 + 3) \cdot (1 - 1)] \cdot Q(1) + m \cdot 1 + n = -2$$

$$\Rightarrow m + n = -2$$

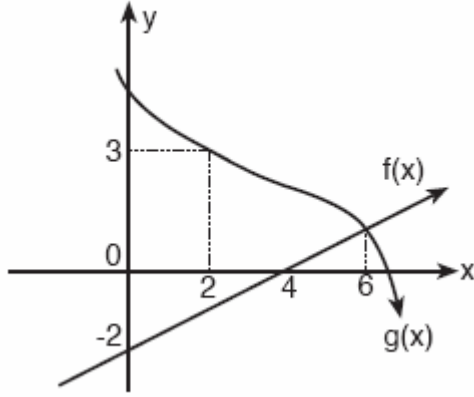
$$\Rightarrow P(-3) = [(-3 + 3) \cdot (-3 - 1)] \cdot Q(-3) + m \cdot (-3) + n = -10$$

$$\Rightarrow -3m + n = -10$$

$$m = 2 \Rightarrow n = -4$$

kalan = $mx + n$ olduğundan, $2x - 4$ elde edilir.

27.



Yukarıda f doğrusal fonksiyonu ile g fonksiyonunun grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(f^{-1} \circ g)(6) + (g \circ f^{-1})(-1)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 0 D) 3 E) 9

Çözüm 27

$f(x)$ fonksiyonu iki noktası bilinen doğru denkleminde,

$(4, 0)$ ve $(0, -2)$

$$\frac{y-0}{0-(-2)} = \frac{x-4}{4-0} \Rightarrow f(x) = y = \frac{1}{2}x - 2 \text{ olur.}$$

$$f(x) = y = \frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow (y+2) \cdot 2 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x + 4 \text{ bulunur.}$$

$$(f^{-1} \circ g)(6) + (g \circ f^{-1})(-1) = f^{-1}(g(6)) + g(f^{-1}(-1))$$

$$g(6) = f(6) = \frac{1}{2} \cdot 6 - 2 = 1$$

$$f^{-1}(-1) = 2 \cdot (-1) + 4 = 2$$

$$f^{-1}(1) = 2 \cdot 1 + 4 = 6$$

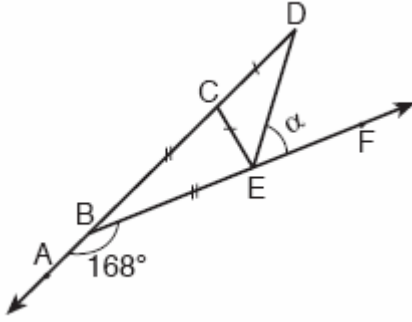
$$g(2) = 3$$

$$(f^{-1} \circ g)(6) + (g \circ f^{-1})(-1) = f^{-1}(g(6)) + g(f^{-1}(-1)) = f^{-1}(1) + g(2) = 6 + 3 = 9$$

Not : İki noktası bilinen doğru denklemi

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow \frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

28.



ABCD doğrusal

BEF doğrusal

$$|BC| = |BE|$$

$$|CD| = |CE|$$

$$m(\angle ABF) = 168^\circ$$

$$m(\angle DEF) = \alpha$$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\angle DEF) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 50 B) 54 C) 58 D) 60 E) 64

Çözüm 28

$$m(\angle ABF) = 168^\circ \Rightarrow m(\angle EBC) = 180 - 168 = 12$$

$$|BC| = |BE| \Rightarrow m(\angle BEC) = m(\angle CBE) = x \text{ olsun.} \Rightarrow x + x + 12 = 180 \Rightarrow x = 84$$

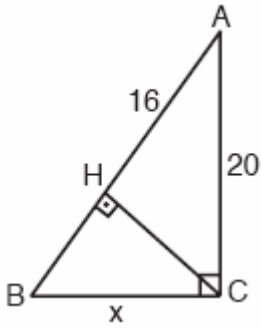
$$m(\angle BCE) = 84^\circ \Rightarrow m(\angle ECD) = 180 - 84 = 96$$

$$|CD| = |CE| \Rightarrow m(\angle CED) = m(\angle CDE) = y \text{ olsun.} \Rightarrow y + y + 96 = 180 \Rightarrow y = 42$$

$$x + y + \alpha = 180 \Rightarrow 84 + 42 + \alpha = 180 \Rightarrow \alpha = 54 \text{ elde edilir.}$$

Not : Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

29.



ACB bir dik üçgen

$$m(\text{BCA}) = 90^\circ$$

$$m(\text{BHC}) = 90^\circ$$

$$|AC| = 20 \text{ cm}$$

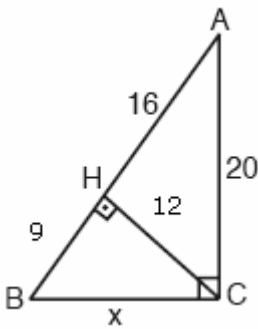
$$|AH| = 16 \text{ cm}$$

$$|BC| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

Çözüm 29



AHC dik üçgeninde pisagor bağıntısından,

$$20^2 = 16^2 + |HC|^2 \Rightarrow |HC| = 12$$

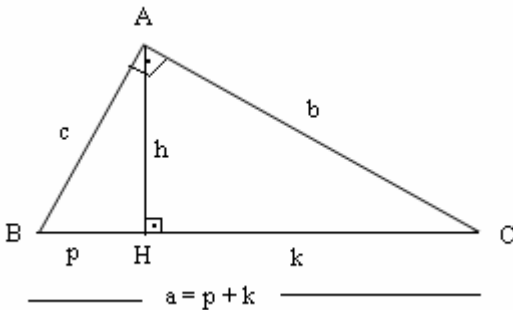
ACB dik üçgeninde öklid bağıntısından,

$$12^2 = 16 \cdot |HB| \Rightarrow |HB| = 9$$

BHC dik üçgeninde pisagor bağıntısından,

$$x^2 = 12^2 + 9^2 \Rightarrow x = 15 \text{ olarak bulunur.}$$

Not : Öklid bağıntıları



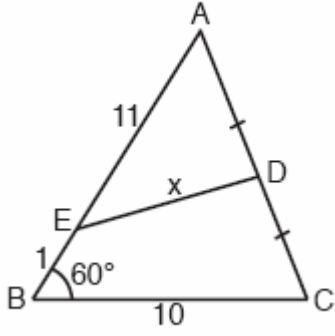
$$\text{I) } h^2 = p \cdot k$$

$$\text{II) } c^2 = p \cdot a$$

$$b^2 = k \cdot a$$

$$\text{III) } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

30.



ABC bir üçgen

$$|AD| = |DC|$$

$$m(\angle ABC) = 60^\circ$$

$$|BC| = 10 \text{ cm}$$

$$|AE| = 11 \text{ cm}$$

$$|BE| = 1 \text{ cm}$$

$$|DE| = x$$

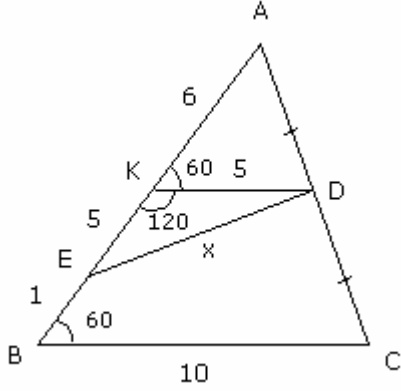
Yukarıdaki verilere göre, $|DE| = x$ kaç cm dir?

- A) $5\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $7\sqrt{3}$ D) 3 E) 4

Çözüm 30

D noktası [AC] nin orta noktası olduğundan,

D noktasından [BC] ye paralel çizilirse, K noktası da [AB] nin orta noktası olur.



$$|AK| = |KB| = 6$$

$$|BE| = 1 \Rightarrow |KE| = 6 - 1 = 5$$

$$AKD \cong ABC \Rightarrow \frac{|KD|}{|BC|} = \frac{|AK|}{|AB|} = \frac{|AD|}{|AC|}$$

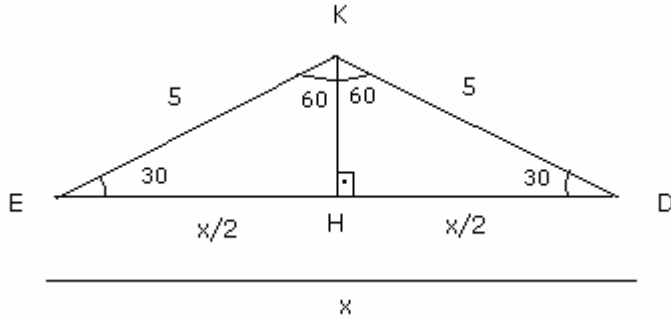
$$\Rightarrow |KD| = 5$$

[KD] // [BC] olduğundan, $m(\angle ABC) = m(\angle AKD) = 60^\circ \Rightarrow m(\angle EKD) = 180 - 60 = 120$

EKD üçgeninin açıları $30 - 30 - 120$ olur.

İkizkenar üçgende, yükseklik = kenarortay

$30 - 60 - 90$ üçgeninde, 60° nin karşısındaki kenar hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katıdır.



$$\text{O halde, } \frac{x}{2} = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 5\sqrt{3} \text{ olarak bulunur.}$$

Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

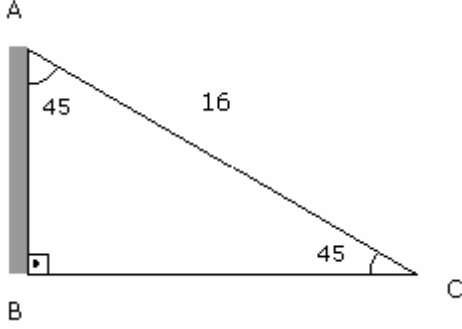
60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

31. 16 m uzunluğundaki bir merdiven yer ile 45° lik açı yapacak şekilde, yere dik bir duvara dayandırılıyor.

Buna göre, merdiven ayağının duvara olan uzaklığı kaç m dir?

- A) $4\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $7\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{2}$

Çözüm 31



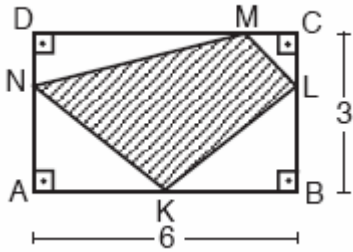
Merdiven ayağının duvara uzaklığı = $|BC|$ olsun.

ABC üçgeni ikizkenar dik üçgen olduğuna göre,

$$|AB| = |BC| = x$$

$$|AC|^2 = |BC|^2 + |AB|^2 \Rightarrow 16^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x = 8\sqrt{2}$$

32.



ABCD bir dikdörtgen

$$|DN| = |CL|$$

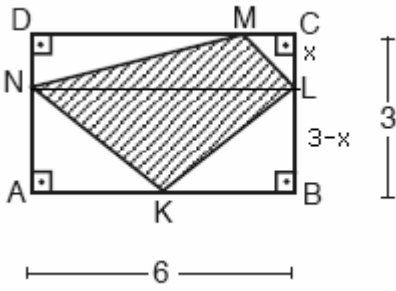
$$|AB| = 6 \text{ cm}$$

$$|BC| = 3 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, KLMN dörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 13 E) 14

Çözüm 32



ABCD dikdörtgeninde $[NL] \parallel [AB]$ çizilirse,

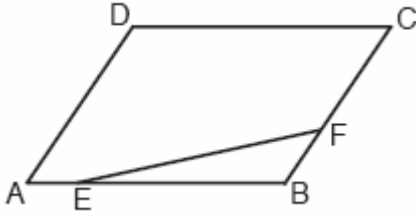
$\text{alan}(KLMN) = \text{alan}(MNL) + \text{alan}(KNL)$ olur.

$|CL| = x$ olsun. $\Rightarrow |BL| = 3 - x$ olur.

$\text{alan}(KLMN) = \text{alan}(MNL) + \text{alan}(KNL)$

$$\text{alan}(KLMN) = \frac{6 \cdot x}{2} + \frac{6 \cdot (3 - x)}{2} = 9$$

33.



ABCD bir paralel kenar

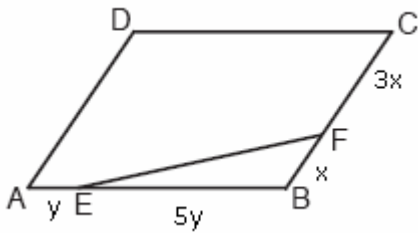
$$|AB| = 6 \cdot |AE|$$

$$|BC| = 4 \cdot |BF|$$

Yukarıdaki şekilde EBF üçgeninin alanı 5 cm^2 olduğuna göre, ABCD paralel kenarının alanı kaç cm^2 dir?

- A) 96 B) 84 C) 72 D) 60 E) 48

Çözüm 33



$$|BF| = x \text{ olsun. } \Rightarrow |CF| = 3x$$

$$|AE| = y \text{ olsun. } \Rightarrow |EB| = 5y \text{ olur.}$$

$$\text{Alan}(EBF) = 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 5y \cdot x \cdot \sin(\text{EBF}) = 5$$

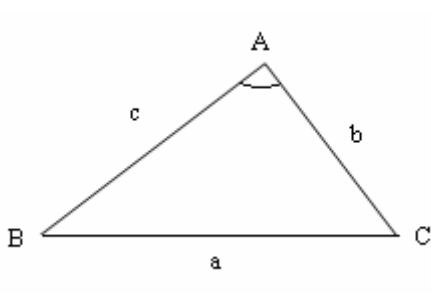
$$\Rightarrow x \cdot y \cdot \sin(\text{EBF}) = 2$$

$$\text{Alan}(ABCD) = 2 \cdot \text{alan}(ABC)$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 6y \cdot \sin(\text{ABC}) = 24 \cdot x \cdot y \cdot \sin(\text{ABC}) = 24 \cdot 2 = 48$$

$$(\sin(\text{ABC}) = \sin(\text{EBF}))$$

Not : İki kenarı ve aradaki açısı verilen üçgenin alanı

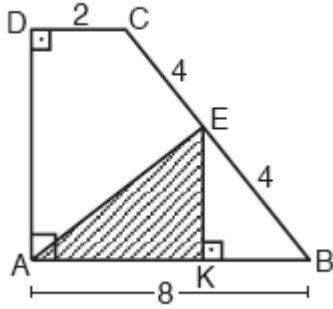


$$\text{Alan (ABC)} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A)$$

$$\text{Alan (ABC)} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(B)$$

$$\text{Alan (ABC)} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C)$$

34.



ABCD bir dik yamuk

$$m(\text{ADC}) = 90^\circ$$

$$m(\text{DAB}) = 90^\circ$$

$$m(\text{EKB}) = 90^\circ$$

$$|BE| = |CE| = 4 \text{ cm}$$

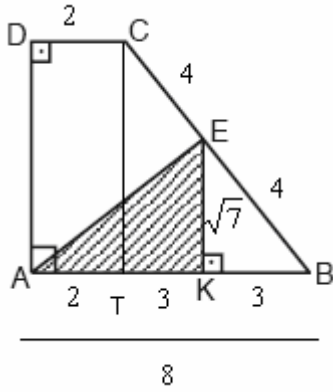
$$|DC| = 2 \text{ cm}$$

$$|AB| = 8 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, AKE üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

- A) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ C) $\frac{5\sqrt{7}}{2}$ D) $\frac{5\sqrt{11}}{2}$ E) $\frac{7\sqrt{11}}{2}$

Çözüm 34



ABCD dik yamuğunda $[CT] \perp [AB]$ çizilirse,

$$|DC| = |AT| = 2 \Rightarrow |BT| = 8 - 2 = 6 \text{ olur.}$$

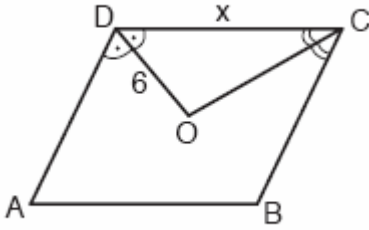
$CT \parallel EK$ ve $|CE| = |BE| \Rightarrow BKE \cong BTC$

$$|TK| = |KB| = 3 \text{ olarak bulunur.}$$

$$\text{EKB dik üçgeninde, } 4^2 = 3^2 + |EK|^2 \Rightarrow |EK| = \sqrt{7}$$

$$\text{Alan(AEK)} = \frac{|AK| \cdot |EK|}{2} = \frac{5\sqrt{7}}{2} \text{ olur.}$$

35.



ABCD bir eşkenar dörtgen

$[DO]$ açıortay

$[CO]$ açıortay

$$|DO| = 6 \text{ cm}$$

$$|DC| = x$$

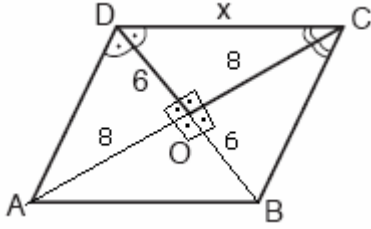
Yukarıdaki şekilde ABCD eşkenar dörtgeninin alanı 96 cm^2 olduğuna göre,

$|DC| = x$ kaç cm dir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 16

Çözüm 35

Eşkenar dörtgende açıortaylar köşegen ve eşkenar dörtgende köşegenler birbirini dik olarak ortaladığına göre,

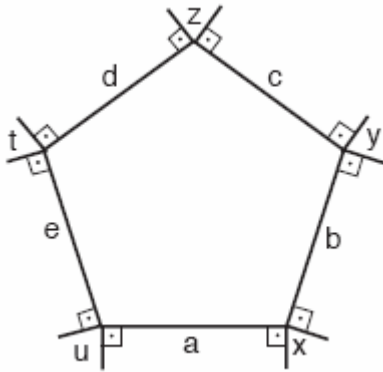


$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2} \Rightarrow 96 = \frac{|AC| \cdot 12}{2}$$
$$\Rightarrow |AC| = 16$$

$$|AC| = 16 \Rightarrow |AO| = |OC| = 8$$

DOC dik üçgeninde, $x^2 = 6^2 + 8^2$ (pisagor) $\Rightarrow x = 10$ bulunur.

36.

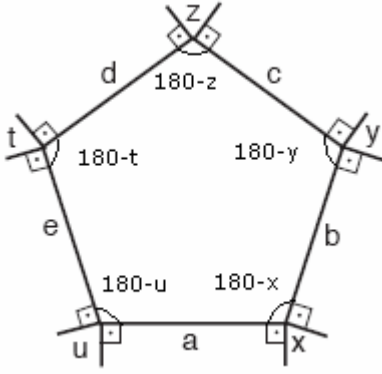


Kenarları a , b , c , d ve e olan beşgenin her köşesinden, bu kaşeyi oluşturan kenarlara birer dikme çizilerek şekildeki x , y , z , t ve u açıları elde edilmiştir.

Buna göre, $x + y + z + t + u$ toplamı kaç derecedir?

- A) 860 B) 720 C) 640 D) 450 E) 360

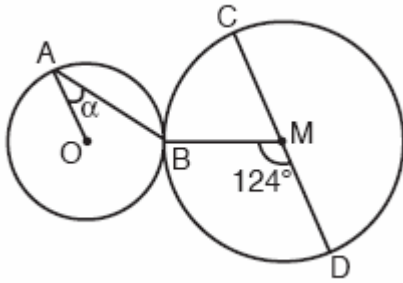
Çözüm 36



Şekilde verilen x, y, z, t, u açıları, buldukları köşeleri 180° ye tamamladıklarından dış açı konumundadırlar.

Konveks çokgenlerde dış açıları toplamı 360° olduğuna göre, $x + y + z + t + u = 360$ olur.

37.



[CD] çap

$m(\angle BMD) = 124^\circ$

$m(\angle OAB) = \alpha$

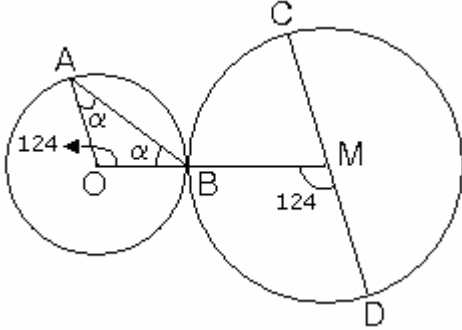
Şekildeki M ve O merkezli çemberler B noktasında dıştan teğet ve $[AO] \parallel [CD]$ dir.

Buna göre, $m(\angle OAB) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 33 B) 30 C) 28 D) 26 E) 21

Çözüm 37

Merkezleri birleştirilen doğru, çemberlerin teğet noktasından geçer yani O, B, M doğrusaldır.



$[AO] \parallel [CD]$ olduğuna göre,

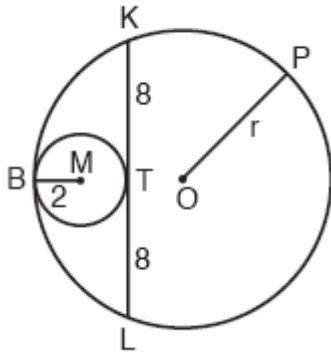
$m(\text{OMD}) = m(\text{AOB}) = 124$ olur.

$|AO| = |OB| \Rightarrow \text{AOB ikizkenar üçgen}$

AOB ikizkenar üçgeninde iç açılar toplamından,

$$\alpha + \alpha + 124 = 180 \Rightarrow 2\alpha = 56 \Rightarrow \alpha = 28 \text{ olarak bulunur.}$$

38.



$$|KT| = |TL| = 8 \text{ cm}$$

$$|BM| = 2 \text{ cm}$$

$$|OP| = r$$

Şekilde, yarıçapı 2 cm olan M merkezli çember,

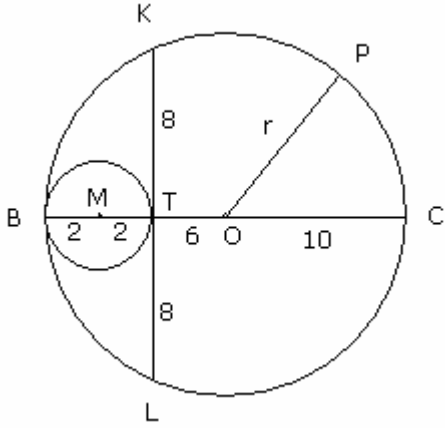
O merkezli, r yarıçaplı çembere B noktasında içten teğet ve

O merkezli çember içindeki [KL] kirişine de T noktasında teğettir.

Buna göre, O merkezli çemberin yarıçapı $|OP| = r$ kaç cm dir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm 38



Teğet çemberlerde, merkezleri birleştirilen doğru, teğet noktasından geçer.

Büyük çemberde [KL] ve [BC] kirişleri T noktasında kesişmektedir.

T noktasına göre kuvvet alınırsa,

$$|BT| \cdot |TC| = |KT| \cdot |TL|$$

$$4 \cdot |TC| = 8 \cdot 8 \Rightarrow |TC| = 16$$

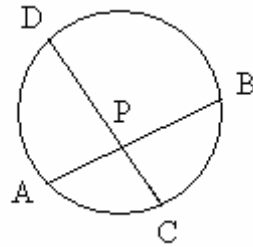
$$[BC] \text{ aynı zamanda büyük çemberin çapı olduğundan, } |BC| = |BT| + |TC| = 4 + 16 = 20$$

$$|BC| = 2r \Rightarrow 2r = 20 \Rightarrow r = 10 \text{ bulunur.}$$

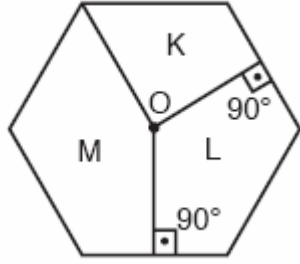
Not : Çemberde kuvvet bağıntıları

P noktası çemberin içinde ve biri çemberi A ve B noktalarında, diğeri C ve D noktalarında kesen, iki kesen çizilirse,

$$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| \text{ olur.}$$



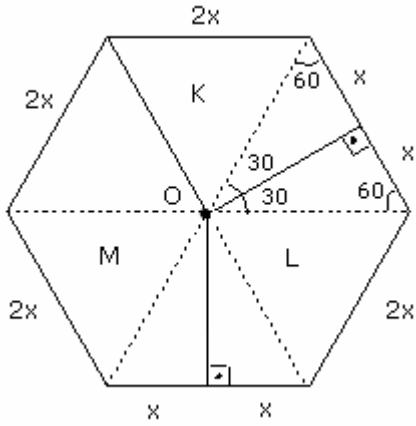
39.



O merkezli çember içine çizilen yukarıdaki düzgün altıgende K, L ve M bölgelerinin alanları hangi sayılarla orantılıdır?

- | | K | L | M |
|----|---|---|---|
| A) | 1 | 3 | 6 |
| B) | 1 | 5 | 6 |
| C) | 2 | 3 | 6 |
| D) | 3 | 4 | 5 |
| E) | 3 | 4 | 6 |

Çözüm 39



Düzgün altıgende karşılıklı köşeleri birleştirilen köşegenler, altıgeni altı eşkenar üçgene ayırırlar.

Eşkenar üçgende, yükseklik = kenarortay olduğundan üçgenin alanını iki eş parçaya böler.

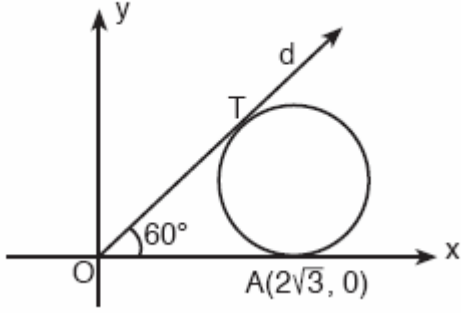
Dolayısıyla, M alanı $5x$ parçadan

L alanı $4x$ parçadan

K alanı $3x$ parçadan oluşur.

K, L, M bölgelerinin alanları 3, 4, 5 sayıları ile orantılıdır.

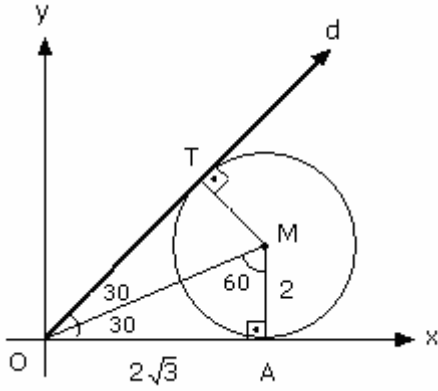
41.



Şekildeki çember d doğrusuna T noktasında, x – eksenine ise $A(2\sqrt{3}, 0)$ noktasında teğettir. $m(\text{TOA}) = 60^\circ$ olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 41



M noktası çemberin merkezi olsun.

[OM], TOA açısının açıortayı olacağından,

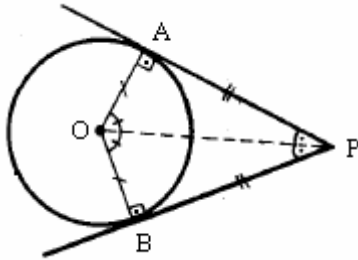
$m(\text{MOA}) = m(\text{MOT}) = 30$ olur.

[MA] \perp [OA] olduğundan,

MOA üçgeni, 30 – 60 – 90 üçgeni olur.

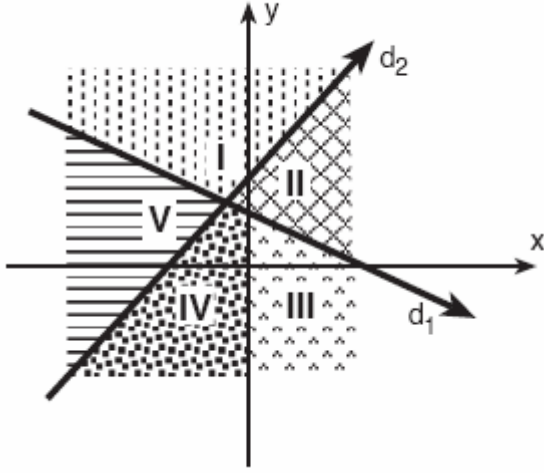
$|OA| = 2\sqrt{3} \Rightarrow r = |MA| = 2$ bulunur.

Not :



[OP] açıortayıdır.

42.



Denklemleri $d_1: x + 3y = 9$ ve

$d_2: y - x = 5$ olan doğruların grafikleri, koordinat düzlemini şekildeki gibi beş bölgeye ayırmıştır.

Buna göre, $x + 3y > 9$ ve $y - x < 5$ eşitsizliğini sağlayan (x, y) ikilileri hangi bölgededir?

A) I. B) II. C) III. D) IV. E) V.

Çözüm 42

$x + 3y > 9$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için,

$O(0, 0)$ başlangıç noktasını denklemde yerine yazalım.

$0 > 9 \Rightarrow O(0, 0)$ noktasının bulunduğu bölge olamaz.

O halde I. ve II. bölgeler olur.

$y - x < 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için,

$O(0, 0)$ başlangıç noktasını denklemde yerine yazalım.

$0 < 5 \Rightarrow O(0, 0)$ noktasının bulunduğu bölge olur.

O halde II., III. ve IV. bölgeler olur. \Rightarrow Ortak çözüm kümesi II. bölgedir.

43. $a \neq 0$ olmak üzere,

denklemini $\frac{x}{a} - \frac{y}{3} = 1$ olan doğru, koordinat eksenlerini K ve L noktalarında kesmektedir.

M(16, 0) noktası için KLM üçgeninin alanı 12 cm^2 olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 22 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

Çözüm 43

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ için } y = -3 \Rightarrow L(0, -3)$$

$$y = 0 \text{ için } x = a \Rightarrow K(a, 0) \text{ olsun.}$$

oluşan KLM üçgeninin köşe noktalarını koordinatları,

M(16, 0), L(0, -3), K(a, 0) ise

koordinatları belli olan üçgenin alan formülüne göre,

$$\text{alan (KLM)} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & 0 \\ 0 & -3 \\ 16 & 0 \\ a & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} \cdot |(-3) \cdot a - 16 \cdot (-3)| \Rightarrow 24 = |-3a + 48|$$

$$\left. \begin{array}{l} -3a + 48 = 24 \Rightarrow a = 8 \\ -3a + 48 = -24 \Rightarrow a = 24 \end{array} \right\} 8 + 24 = 32$$

Not : Köşeleri A(a , b) , B(c , d) , C(e , f) olan üçgenin alanı,

$$\text{Alan (ABC)} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix} \text{ ifadesinin mutlak değeri ile bulunabilir.}$$

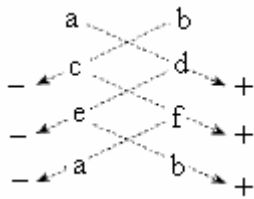
$$\text{Alan (ABC)} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ - \\ + \\ + \\ + \end{matrix}$$

$$\text{Alan (ABC)} = \frac{1}{2} \cdot |[a.d.1 + c.f.1 + e.b.1] - [c.b.1 + a.f.1 + e.d.1]|$$

$$\text{Alan (ABC)} = \frac{1}{2} \cdot |[a.d + c.f + e.b] - [c.b + a.f + e.d]|$$

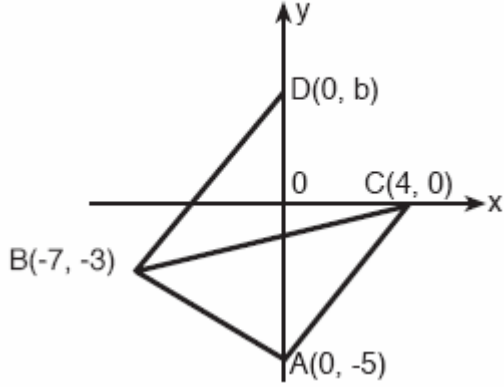
Not : Köşeleri A(a , b) , B(c , d) , C(e , f) olan üçgenin alanı,

- ✓ Üçgenin koordinatları alt alta yazılır.
- ✓ İlk yazılan alta bir daha yazılır.
- ✓ Okların belirttiği çarpımlar yapılır.



$$\Rightarrow \text{Alan (ABC)} = \frac{1}{2} \cdot |(a.d + c.f + e.b) - (b.c + d.e + f.a)|$$

44.



Şekildeki koordinat düzleminde, $b > 0$ olmak üzere,

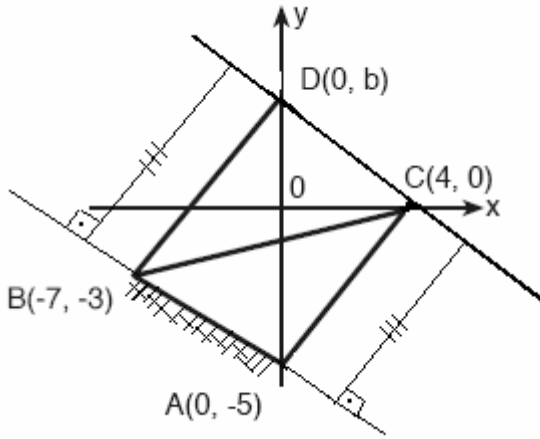
$A(0, -5)$, $B(-7, -3)$, $C(4, 0)$ ve $D(0, b)$ noktaları verilmiştir.

$A(ABC) = A(ABD)$ olduğuna göre, CD doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $7y - x = 4$ B) $5y - 3x = 12$ C) $7y + 2x = 8$ D) $8y - 4x = 16$ E) $9x - y = 18$

Çözüm 44

I. Yol



$A(ABC) = A(ABD)$ olduğuna göre, $AB \parallel CD$ olmak zorundadır. (yükseklikler eşit)

Paralel doğrularda eğimler eşit olduğundan, $m_{AB} = m_{DC} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-5 - (-3)}{0 - (-7)} = \frac{-2}{7}$

Eğimi ve $C(4, 0)$ noktası bilinen doğru denklemi, $\frac{-2}{7} = \frac{y-0}{x-4} \Rightarrow 7y + 2x = 8$ olur.

II. Yol

$$A(ABC) = A(ABD)$$

$$A(0, -5), B(-7, -3), C(4, 0), D(0, b)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & -5 & 1 \\ -7 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & -5 & 1 \\ -7 & -3 & 1 \\ 0 & b & 1 \end{vmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & -5 & 1 \\ -7 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ + \\ + \\ + \end{matrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & -5 & 1 \\ -7 & -3 & 1 \\ 0 & b & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ - \\ + \\ + \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} & |0 \cdot (-3) \cdot 1 + (-7) \cdot 0 \cdot 1 + 4 \cdot (-5) \cdot 1 - (-7) \cdot (-5) \cdot 1 - 0 \cdot 0 \cdot 1 - 4 \cdot (-3) \cdot 1| \\ &= |0 \cdot (-3) \cdot 1 + (-7) \cdot b \cdot 1 + 0 \cdot (-5) \cdot 1 - (-7) \cdot (-5) \cdot 1 - 0 \cdot b \cdot 1 - 0 \cdot (-3) \cdot 1| \\ &|0 + 0 - 20 - 35 - 0 + 12| = |0 - 7b + 0 - 35 - 0 - 0| \\ &|-43| = |-7b - 35| \end{aligned}$$

$$7b + 35 = 43 \quad \Rightarrow \quad b = \frac{8}{7}$$

$$C(4, 0), D(0, \frac{8}{7})$$

$$\text{CD doğrusunun denklemi : } \frac{y-0}{0-\frac{8}{7}} = \frac{x-4}{4-0}$$

$$\Rightarrow \frac{-7y}{8} = \frac{x-4}{4} \quad \Rightarrow \quad 2x - 8 = -7y \quad \Rightarrow \quad 7y + 2x = 8 \text{ elde edilir.}$$

Not : İki noktası bilinen doğrunun eğimi

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \quad \Rightarrow \quad m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Not : İki noktası bilinen doğru denklemini

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow \frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA