

Öğrenci Yerleştirme Sınavı (Öys) / 26 Haziran 1994

Matematik Soruları Ve Çözümleri

1. Birler basamağı 0 olan, 3 ile bölünebilen, iki basamaklı en büyük pozitif doğal sayının, birler basamağı 0 olan, 3 ile bölünebilen, iki basamaklı en küçük pozitif doğal sayıya oranı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm 1

Birler basamağı 0 olan, 3 ile bölünebilen, iki basamaklı en büyük pozitif doğal sayı = 90

Birler basamağı 0 olan, 3 ile bölünebilen, iki basamaklı en küçük pozitif doğal sayı = 30

$$\Rightarrow \frac{90}{30} = 3 \text{ elde edilir.}$$

2. Bir bidonun ağırlığı boş iken x gram, yarısı su ile dolu iken y gramdır.

Bu bidonun tamamı su ile dolu iken toplam ağırlığı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2y - x$ B) $2x - y$ C) $2x + y$ D) $y - 2x$ E) $y + x$

Çözüm 2

Boş bidonun ağırlığı = x gram

Suyun ağırlığı = s gram olsun.

$$x + \frac{s}{2} = y \Rightarrow 2x + s = 2y \Rightarrow s = 2y - 2x$$

$$x + s = ? \Rightarrow x + (2y - 2x) = x + 2y - 2x = 2y - x \text{ elde edilir.}$$

3. İki basamaklı ve birbirinden farklı 4 pozitif çift tam sayının toplamı 86 dir.

Bu sayılardan en büyüğü en çok kaç olabilir?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 58 E) 64

Çözüm 3

Diğer üç sayı en küçük seçilirse, dördüncü en büyük olur. (pozitif çift sayı)

Buna göre, $10 + 12 + 14 + x = 86 \Rightarrow x = 50$ bulunur.

4. Üç basamaklı abc sayısının birler basamağı 4 tür.

Birler basamağı ile yüzler basamağı değiştirildiğinde oluşan yeni sayı, abc sayısından 297 küçüktür.

Buna göre, abc sayısının yüzler basamağı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Çözüm 4

abc sayısının birler basamağı = 4 $\Rightarrow c = 4$

$ab4 - 4ba = 297 \Rightarrow (100.a + 10.b + 4) - (100.4 + 10.b + a) = 297$

$\Rightarrow 99.a - 396 = 297 \Rightarrow 99.a = 693 \Rightarrow a = 7$ bulunur.

5. Toplamları 166 olan 28 pozitif doğal sayı vardır.

Bunlardan bir kısmının ortalaması 7, ötekisinin ortalaması ise 5 dir.

Buna göre, ortalaması 7 olan sayılar kaç tanedir?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

Çözüm 5

I. Yol

x tanesinin ortalaması = 7 $\Rightarrow (28 - x)$ tanesinin ortalaması = 5 olsun.

x tanesinin toplamı = $7x \Rightarrow (28 - x)$ tanesinin toplamı = $5.(28 - x)$

toplamları = 166 $\Rightarrow 7x + 5.(28 - x) = 166 \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow x = 13$ bulunur.

II. Yol

Ortalaması 7 olanların sayısı = m

Ortalaması 5 olanların sayısı = n olsun.

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_m = 7.m$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n = 5.n$$

$$\left. \begin{array}{l} 7m + 5n = 166 \\ m + n = 28 \end{array} \right\} m = 13 \text{ elde edilir.}$$

6. Aylık geliri sabit olan bir kimse, her ay gelirin $\frac{1}{24}$ ünü A kasasına,

$\frac{1}{x}$ ini de B kasasına koymaktadır.

Bu kimsenin 15 ayda her iki kasada biriken paraların toplamı bir aylık gelirin eşit olduğuna göre x kaçtır?

- A) 48 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

Çözüm 6

Aylık geliri = y olsun.

A kasasına = $y \cdot \frac{1}{24}$ ve B kasasına = $y \cdot \frac{1}{x}$

$$15 \cdot \left(\frac{y}{24} + \frac{y}{x} \right) = y \Rightarrow \frac{1}{24} + \frac{1}{x} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{24-15}{24 \cdot 15} = \frac{9}{24 \cdot 15} = \frac{1}{40} \Rightarrow x = 40$$

7. Bir miktar kumaşa eş boyda 9 perde çıkmaktadır.

Boyu bunlardan 60 cm daha kısa olan perdelerden ise 12 tane çıkarılmaktadır.

Buna göre, toplam kumaş kaç metredir?

- A) 21,2 B) 21,4 C) 21,4 D) 21,5 E) 21,6

Çözüm 7

Toplam kumaş = x metre olsun. (60 cm = 0,6 metre)

$$\frac{x}{9} = \frac{x}{12} + 0,6 \Rightarrow x = 36 \cdot 0,6 \Rightarrow x = 21,6 \text{ metre}$$

8. Ardışık iki pozitif tam sayıdan küçük olanın 3 katı ile büyük olanın 2 katının toplamı 107 dir.

Buna göre, küçük sayı kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

Çözüm 8

Ardışık sayılar, x ve (x + 1) olsun.

$$\text{Veriler göre, } 3x + 2 \cdot (x + 1) = 107 \Rightarrow 5x = 105 \Rightarrow x = 21 \text{ bulunur.}$$

9. $\frac{\sqrt{0,16} + \sqrt{0,04}}{\sqrt{0,36} - \sqrt{0,04}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm 9

$$\frac{\sqrt{0,16} + \sqrt{0,04}}{\sqrt{0,36} - \sqrt{0,04}} = \frac{\sqrt{\frac{16}{100}} + \sqrt{\frac{4}{100}}}{\sqrt{\frac{36}{100}} - \sqrt{\frac{4}{100}}} = \frac{\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}}}{\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{100}} - \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}}} = \frac{\frac{4}{10} + \frac{2}{10}}{\frac{6}{10} - \frac{2}{10}} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{4}{10}} = \frac{6}{10} \cdot \frac{10}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

10. x, y, z sıfırdan büyük birer tam sayı ve $2x + 3y - z = 94$ olduğuna göre, x in en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 10

$2x + 3y - z = 94$ (x in en küçük değeri için y ve z, mümkün olduğunca büyük değer seçilir.)

$2x = 94 - (3y - z)$ ($3y - z$, 94 e en yakın çift sayı seçilmelidir.)

O halde, $3y - z = 92$ olmalıdır. $z = 1$ için $y = 31$ olur.

$2x = 94 - 92 = 2 \Rightarrow x = 1$ elde edilir.

11. $\frac{a+2b}{c} = 2$, $\frac{b-2a}{2c} = -\frac{1}{2}$ olduğuna göre, $\frac{c}{a}$ kaçtır?

- A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm 11

$$\frac{a+2b}{c} = 2 \Rightarrow a + 2b = 2c$$

$$\frac{b-2a}{2c} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{2b - 4a = -2c} \quad (2.\text{işlemi } (-1) \text{ ile çarpıp, taraf tarafa toplayalım.)}$$

$$5a = 4c \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$$

12. $a + b$ ve $a - b$ sayıları aralarında asal olmak üzere $\frac{a+b}{a-b} = \frac{17}{7}$ olduğuna göre,

$1 - \frac{a^2}{b^2}$ nin değeri kaçtır?

- A) 219 B) 119 C) $\frac{118}{25}$ D) $-\frac{119}{25}$ E) $-\frac{205}{144}$

Çözüm 12

$a + b$ ve $a - b$ aralarında asal olmak üzere, 17 ve 7 de aralarında asal olduğundan,

$$a + b = 17$$

$a - b = 7$ olur.(taraf tarafa toplarsak)

$$2a = 24 \Rightarrow a = 12 \text{ ve } b = 5 \text{ bulunur.}$$

$$1 - \frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2 - a^2}{b^2} = \frac{(b - a) \cdot (b + a)}{b^2} \Rightarrow \frac{(5 - 12) \cdot (5 + 12)}{5^2} = \frac{(-7) \cdot 17}{25} = \frac{-119}{25}$$

13. x, y pozitif tam sayılar ve $y < 6$, $\frac{xy - x}{y} = 5$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

Çözüm 13

$x, y \in \mathbb{Z}^+$, $y < 6 \Rightarrow 0 < y < 6$ aralığındadır. $y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$\frac{xy - x}{y} = 5 \Rightarrow xy - x = 5y \Rightarrow x = \frac{5y}{y - 1}$$

$$y = 2 \text{ için } x = \frac{5 \cdot 2}{2 - 1} \Rightarrow x = 10 \text{ olur.}$$

14. $\frac{9x^2 - 6x + 1}{9} = (x + a)^2$ olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{5}$

Çözüm 14

$$\frac{9x^2 - 6x + 1}{9} = \frac{(3x-1)^2}{3^2} = \left(\frac{3x-1}{3}\right)^2$$

$$\left(\frac{3x-1}{3}\right)^2 = (x+a)^2 \Rightarrow \frac{3x-1}{3} = x+a \Rightarrow a = \frac{3x-1}{3} - x \Rightarrow a = \frac{3x-1-3x}{3}$$

$$\Rightarrow a = \frac{-1}{3}$$

15. $6^{x+1} = 3^{x+2}$ olduğuna göre, 2^{x+1} in değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Çözüm 15

$$6^{x+1} = 3^{x+2}$$

$$6^x \cdot 6^1 = 3^x \cdot 3^2 \Rightarrow (2 \cdot 3)^x \cdot 6 = 3^x \cdot 9 \Rightarrow 2^x \cdot 3^x \cdot 6 = 3^x \cdot 9 \Rightarrow 2^x \cdot 6 = 9 \Rightarrow 2^x = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$2^{x+1} = 2^x \cdot 2 = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3$$

16. $x^2 - y^2 = 15$ ve $\frac{4^{x-y}}{4^{y-x}} = 16$ olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm 16

$$x^2 - y^2 = 15 \Rightarrow (x-y) \cdot (x+y) = 15$$

$$\frac{4^{x-y}}{4^{y-x}} = 16 \Rightarrow 4^{x-y} \cdot 4^{-1 \cdot (y-x)} = 4^2 \Rightarrow 4^{x-y-(y-x)} = 4^{x-y-y+x} = 4^{2x-2y} = 4^{2(x-y)} = 4^2$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (x-y) = 2 \Rightarrow x-y = 1 \text{ bulunur.}$$

$$(x-y) \cdot (x+y) = 15 \text{ olduğuna göre, } \Rightarrow 1 \cdot (x+y) = 15 \Rightarrow x+y = 15 \text{ elde edilir.}$$

17. $3^{1994} \equiv x \pmod{5}$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 7

Çözüm 17

$$3^1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow (3^4)^{498} \equiv 3^{1992} \equiv 1^{498} \equiv 1 \pmod{5}$$

$$3^{1994} = 3^{1992+2} = 3^{1992} \cdot 3^2 \Rightarrow 3^{1992} \cdot 3^2 \equiv 1 \cdot 4 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$\begin{array}{r|l} 1994 & 4 \\ - & 498 \\ \hline & 2 \end{array}$$

18. Tam sayılar kümesi üzerinde her a ve b için $a \times b = 2a - b$ işlemi tanımlanmıştır.

$k \times 7 = 5 \times 13$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 18

$$k \times 7 = 5 \times 13$$

$$a \times b = 2a - b \text{ olduğuna göre, } \Rightarrow 2.k - 7 = 2.5 - 13 \Rightarrow 2.k - 7 = -3 \Rightarrow k = 2$$

19. E evrensel küme olmak üzere,

$$s(E) = 9$$

$$s(A \cap B) = 3$$

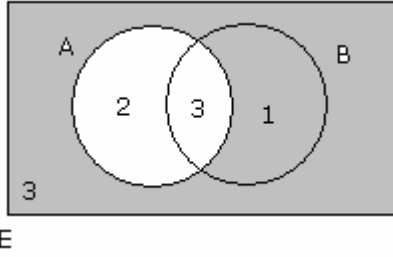
$$s(A \cup B) = 6$$

$$s(B) = 4$$

olduğuna göre, A kümesinin tümleyeni olan A' kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm 19



$$s(B - A) = s(B) - s(A \cap B) = 4 - 3 = 1$$

$$s(A \cup B)' = s(E) - s(A \cup B) = 9 - 6 = 3$$

$$s(A') = s(B - A) + s(A \cup B)' = 1 + 3 = 4$$

20. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $|4x - 10| + |2x + 5|$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 10 D) 15 E) 20

Çözüm 20

$$|4x - 10| + |2x + 5|$$

$$4x - 10 = 0 \Rightarrow 4x = 10 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ için en küçük olur.}$$

$$|4x - 10| + |2x + 5| = \left|4 \cdot \frac{5}{2} - 10\right| + \left|2 \cdot \frac{5}{2} + 5\right| = |0| + |10| = 10 \text{ bulunur.}$$

21. $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$ denkleminin kökleri 1, b, c dir.

Buna göre, $b^2 + c^2$ toplamı kaçtır?

- A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

Çözüm 21

$$\text{kökler toplamı : } 1 + b + c = \frac{-(-4)}{1} = 4 \Rightarrow b + c = 3$$

$$\text{Kökler çarpımı : } 1 \cdot b \cdot c = \frac{-4}{1} = -4 \Rightarrow b \cdot c = -4$$

$$(b + c)^2 = b^2 + 2 \cdot b \cdot c + c^2 \text{ olduğuna göre, } 3^2 = b^2 + 2 \cdot (-4) + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 = 17$$

Not : $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ şeklinde verilen üçüncü derece denklemde,

$$\text{Denklemin kökleri toplamı, } x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a}$$

$$\text{Denklemin kökleri çarpımı, } x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = \frac{-d}{a}$$

22. $\log_3(9 \cdot 3^{x+3}) = 3x + 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, 1\}$ B) $\{0, 2\}$ C) $\{0\}$ D) $\{1\}$ E) $\{2\}$

Çözüm 22

$$\begin{aligned} \log_3(9 \cdot 3^{x+3}) = 3x + 1 &\Rightarrow \log_3(3^2 \cdot 3^{x+3}) = 3x + 1 \Rightarrow \log_3(3^{x+5}) = 3x + 1 \\ \Rightarrow 3^{x+5} = 3^{3x+1} &\Rightarrow x + 5 = 3x + 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \{2\} \text{ olur.} \end{aligned}$$

23. $f(x) = \log_2 x$ }
 $(g \circ f)(x) = x + 2$ } olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^x B) $2^x - 1$ C) 2^{x+1} D) 2^{x+2} E) $2^x - 2$

Çözüm 23

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = x + 2 \Rightarrow g(\log_2 x) = x + 2$$

$\log_2 x = y$ olsun.

$$2^y = x \Leftrightarrow y = 2^x \Rightarrow g(\log_2 x) = g(y) = 2^y + 2 \Rightarrow g(x) = 2^x + 2$$

24. $P(x - 2) = (x^2 + 1) \cdot Q(x - 1) - x - 1$ eşitliği verilmiştir.

$P(x)$ polinomunun $(x - 3)$ ile bölümünden kalan 20 olduğuna göre,

$Q(x)$ polinomunun $(x - 4)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 24

Verilere göre, $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow P(3) = 20$

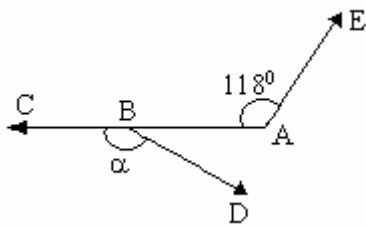
$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow Q(4) = ?$$

$x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5$ için,

$$P(5 - 2) = (5^2 + 1) \cdot Q(5 - 1) - 5 - 1 \Rightarrow P(3) = 26 \cdot Q(4) - 6$$

$$\Rightarrow 20 = 26 \cdot Q(4) - 6 \Rightarrow Q(4) = 1 \text{ olur.}$$

25. A, B, C, D, E noktaları düzlemseldir.



$AE \perp BD$

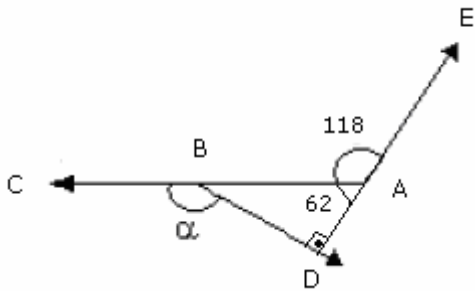
$$m(\text{CAE}) = 118^\circ$$

$$m(\text{CBD}) = \alpha$$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\text{CBD}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 152 B) 150 C) 148 D) 146 E) 144

Çözüm 25



AD çizelim.

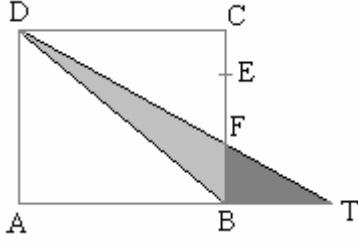
$$s(D) = 90 \text{ (AE } \perp \text{ BD)}$$

$$s(\text{BAD}) = 180 - 118 = 62$$

$$\alpha = 62 + 90 = 152 \text{ bulunur.}$$

Not : Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

26.



ABCD bir kare

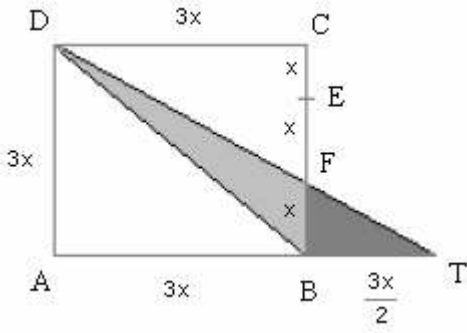
$F \in [DT]$

$|CE| = |EF| = |FB|$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{A(FBT)}{A(DBF)}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm 26



$|CE| = |EF| = |FB| = x$ olsun.

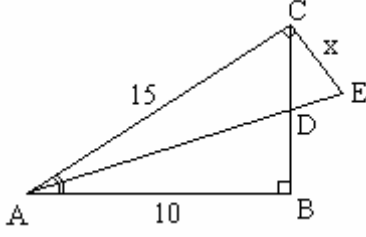
$TBF \sim TAD \Rightarrow |TB| = \frac{3x}{2}$ olur.

$$\text{Alan (FBT)} = \frac{x \cdot \frac{3x}{2}}{2} = \frac{3x^2}{4}$$

$$\text{Alan (DBF)} = \frac{x \cdot 3x}{2} = \frac{3x^2}{2} \text{ bulunur.}$$

$$\frac{A(FBT)}{A(DBF)} = \frac{\frac{3x^2}{4}}{\frac{3x^2}{2}} = \frac{3x^2}{4} \cdot \frac{2}{3x^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ elde edilir.}$$

27.



ABC bir dik üçgen

ACE bir dik üçgen

AE açkırtay

$$|AE| = 10 \text{ cm}$$

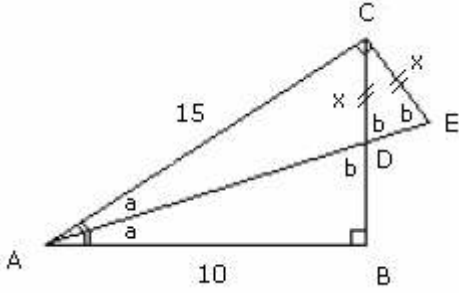
$$|AC| = 15 \text{ cm}$$

$$|CE| = x \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre $|CE| = x$ kaç cm dir?

- A) 6 B) 5 C) $5\sqrt{5}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$

Çözüm 27



$s(\text{BAD}) = s(\text{CAD}) = a$ olsun. (AE açkırtay)

$s(\text{AEC}) = b$ olsun. ($a + b = 90$)

$s(\text{ADB}) = b$ olur. ($a + b = 90$)

$s(\text{ADB}) = b \Rightarrow s(\text{CDE}) = b$ (iç - ters açı)

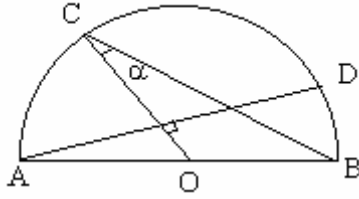
O halde, DCE üçgeni ikizkenar olur.

ABC dik üçgeninde, $15^2 = |CB|^2 + 10^2$ (pisagor) $\Rightarrow |CB| = 5\sqrt{5}$ bulunur.

ABC dik üçgeninde, açkırtay teoremine göre, $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BD|}{|DC|} \Rightarrow \frac{10}{15} = \frac{5\sqrt{5} - x}{x}$

$\Rightarrow 2x = 3.5\sqrt{5} - 3x \Rightarrow 5x = 3.5\sqrt{5} \Rightarrow x = 3\sqrt{5}$ elde edilir.

28. O merkezli [AB] çaplı yarım çember



$C \in AB$ yayı

$D \in AB$ yayı

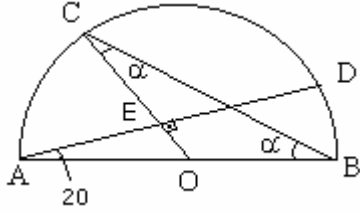
$[OC] \perp [AD]$

$m(\text{DAB}) = 20^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\text{OCB}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

Çözüm 28



O merkez ise, $|OB| = |OC|$

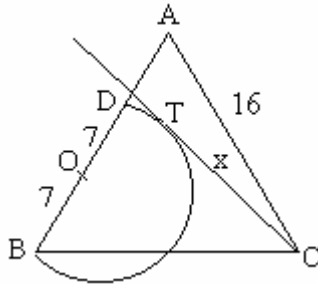
BOC üçgeni ikizkenar üçgen olur.

$m(\text{OCB}) = m(\text{OBC}) = \alpha \Rightarrow m(\text{COA}) = \alpha + \alpha = 2\alpha$

AEO dik üçgeninde, $20 + 2\alpha = 90 \Rightarrow \alpha = 35$

Not : Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

29.



ABC eşkenar üçgen

$|AC| = 16 \text{ cm}$

$|OB| = |OD| = 7 \text{ cm}$

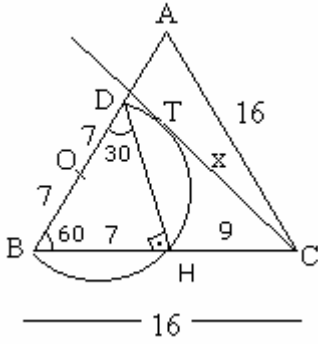
$|CT| = x \text{ cm}$

Şekildeki merkezi [AB] üzerinde olan, O merkezli, [BD] çaplı yarım çember, CD doğrusuna T de teğettir.

Buna göre, $|CT| = x$ kaç cm dir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm 29



$$|AC| = |BC| = 16 \quad (\text{ABC eşkenar üçgen})$$

DH çizelim.

$$s(B) = 60^\circ \quad (\text{ABC eşkenar üçgen})$$

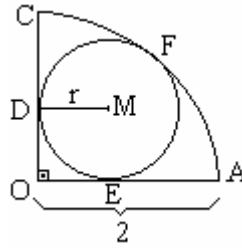
$$s(H) = 90^\circ \quad (\text{çapı gören çevre açısı } 90^\circ \text{ dir.})$$

DBH, 30 – 60 – 90 özel üçgeni olduğundan, $|BH| = 7$ olur.

$$|BC| = 16 \text{ olduğundan, } |HC| = 16 - 7 = 9 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Çemberde kuvvetten, } |TC|^2 = |CH| \cdot |CB| \Rightarrow x^2 = 9 \cdot 16 \Rightarrow x = 12$$

30.



Şekildeki merkezi O, yarıçapı 2 birim olan dörtte bir çember içine çizilen M merkezli,

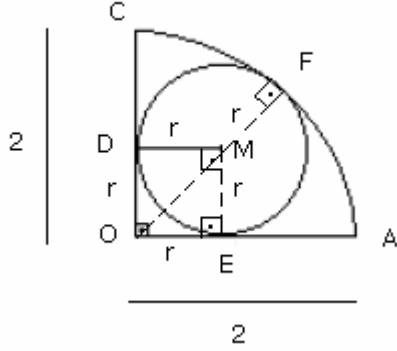
r yarıçaplı çember $[OC]$ ye D de, $[OA]$ ya E de ve \widehat{CA} ya F de teğettir.

$[OC] \perp [OA]$ olduğuna göre, $|DM| = r$ kaç birimdir?

- A) $2\sqrt{3} - 2$ B) $2\sqrt{2} - 2$ C) $2\sqrt{2} - 1$ D) $\sqrt{3} - 1$ E) $\sqrt{2} - 1$

Çözüm 30

M merkezli, r yarıçaplı çember [OC] ye D de teğet ve [OA] ya E de teğet olduğuna göre,



$s(D) = 90^\circ$ ve $s(E) = 90^\circ$ olur.

$$|OE| = |OD| = |ME| = |MD| = r = |MF|$$

$$|OM| = \sqrt{2} r \text{ (Pisagor)}$$

M merkezli, r yarıçaplı çember CA yayına F de teğet olduğundan, $s(F) = 90^\circ$ olur.

$$|OA| = |OF| = 2 \Rightarrow |OF| = |OM| + |MF| \Rightarrow 2 = \sqrt{2} r + r \Rightarrow r = \frac{2}{\sqrt{2} + 1}$$

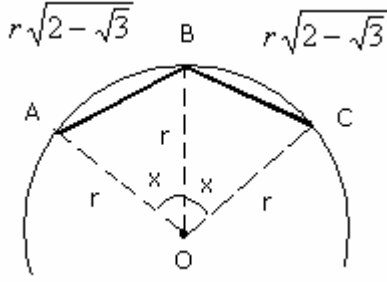
$$r = \frac{2}{\sqrt{2} + 1} = \frac{2}{\sqrt{2} + 1} \cdot \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = 2\sqrt{2} - 2 \text{ olarak bulunur.}$$

31. r yarıçaplı bir çember içine bir kenar uzunluğu $r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ olan bir düzgün çokgen çizilmiştir.

Buna göre, düzgün çokgenin kenar sayısı kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 15 D) 13 E) 12

Çözüm 31



Düzgün çokgenlerin çevrel çemberleri çizilebilir.

$$|OA| = |OB| = |OC| = r$$

$$|AB| = |BC| = r\sqrt{2-\sqrt{3}}$$

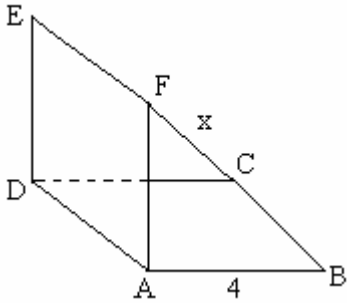
$$s(AOB) = s(BOC) = x \text{ olsun.}$$

AOB üçgeninde, kosinüs teoremine göre, $(r\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = r^2 + r^2 - 2.r.r.\cos x$

$$(2 - \sqrt{3}).r^2 = 2r^2.(1 - \cos x) \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 30^\circ \text{ bulunur.}$$

$$\text{Kenar sayısı} = \frac{360}{x} = \frac{360}{30} = 12 \text{ olarak bulunur.}$$

32.



$$|AB| = 4 \text{ birim}$$

$$|FC| = x$$

Şekildeki ABCD ve ADEF kareleri birbirine dik ve eşittir.

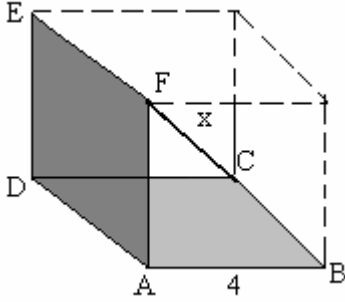
$|AB| = 4$ birim olduğuna göre, $|FC| = x$ kaç birimdir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{5}$

Çözüm 32

I. Yol

ABCD ve ADEF kareleri birbirine dik ve eşit olduğuna göre, şekil, bir kenarı 4 birim olan küpün bir kısmıdır.



Burada, $|FC| = x$ küpün köşegenidir.

$$|FC| = x = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = 4\sqrt{3}$$

II. Yol

ABCD karesinin köşegeni $|AC| \Rightarrow |AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$ (Pisagor)

$$|AC|^2 = 4^2 + 4^2 \Rightarrow |AC| = 4\sqrt{2}$$

ABCD ve ADEF kareleri birbirine dik olduğuna göre, oluşan FAC dik üçgeninde,

$$x^2 = 4^2 + (4\sqrt{2})^2 \Rightarrow x^2 = 16 + 16 \cdot 2 \Rightarrow x^2 = 16 \cdot 3 \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

33. $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $\cos 2x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) -1

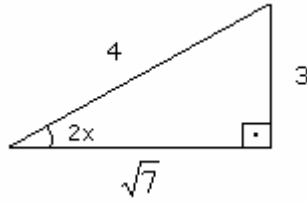
Çözüm 33

$$\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (\cos x - \sin x)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \cos^2 x - 2 \cos x \sin x + \sin^2 x = \frac{1}{4}$$

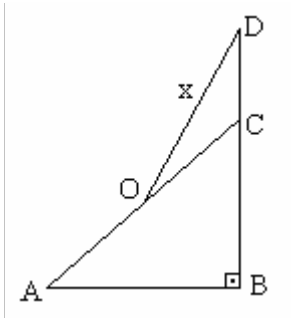
$$\Rightarrow 1 - \sin 2x = \frac{1}{4} \quad (\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ ve } 2 \sin x \cos x = \sin 2x) \Rightarrow \sin 2x = \frac{3}{4}$$

$$\sin 2x = \frac{3}{4} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

34. ABC bir ikizkenar dik üçgen



$$|BD| = |AC| = 2 \text{ cm}$$

$$|OA| = |OC|$$

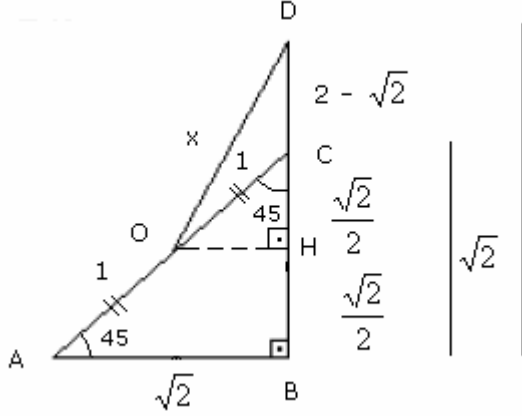
$$|OD| = x \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|OD| = x$ kaç cm dir?

- A) $\sqrt{3 - \sqrt{2}}$ B) $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{5 - \sqrt{3}}$ D) $\sqrt{4 - \sqrt{2}}$ E) $\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}$

Çözüm 34

I. Yol



ABC bir ikizkenar dik üçgen ve

$$|AC| = 2 \text{ cm olduğuna göre,}$$

$$|AB| = |BC| = \sqrt{2} \text{ (pisagor)}$$

$$s(BAC) = s(BCA) = 45^\circ$$

$$|AO| = |OC| = 1$$

$$|DB| = 2 \Rightarrow |DC| = 2 - \sqrt{2} \text{ olur.}$$

$OH \perp DB$ çizelim.

$$OHC \text{ ikizkenar dik üçgen olacağından, } |OC| = 1 \Rightarrow |OH| = |HC| = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (pisagor)}$$

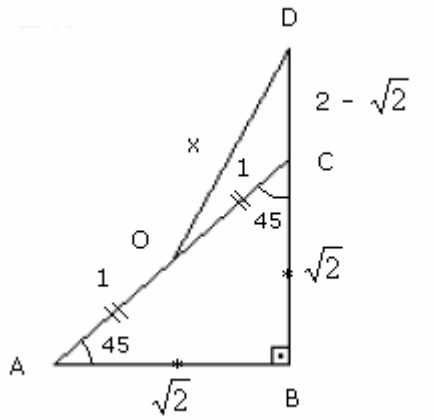
$$|DH| = |DC| + |CH| = 2 - \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

DHO dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$x^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + 4 - 2\sqrt{2} + \frac{2}{4} = 5 - 2\sqrt{2}$$

$$x^2 = 5 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{5 - 2\sqrt{2}} \text{ elde edilir.}$$

II. Yol



ABC bir ikizkenar dik üçgen ve $|AC| = 2$ cm olduğuna göre,

$$|AB| = |BC| = \sqrt{2} \quad (\text{pisagor})$$

$$s(\text{BAC}) = s(\text{BCA}) = 45^\circ$$

$$|AO| = |OC| = 1$$

$$|DB| = 2 \Rightarrow |DC| = 2 - \sqrt{2} \text{ olur.}$$

DOC üçgeninde, kosinüs teoremine göre,

$$x^2 = 1^2 + (2 - \sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 \cdot (2 - \sqrt{2}) \cdot \cos 135$$

$$x^2 = 1 + 4 - 4\sqrt{2} + 2 - 2 \cdot (2 - \sqrt{2}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x^2 = 7 - 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2 \Rightarrow x^2 = 5 - 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{5 - 2\sqrt{2}} \text{ elde edilir.}$$

35. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$\begin{vmatrix} 1 & i & i-1 \\ 0 & 1 & i-1 \\ 0 & i & i \end{vmatrix} \text{ determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

- A) $2i - 1$ B) $2i + 1$ C) i D) 0 E) 1

Çözüm 35

I. Yol

$$\begin{vmatrix} 1 & i & i-1 \\ 0 & 1 & i-1 \\ 0 & i & i \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & i-1 \\ i & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & i-1 \\ i & i \end{vmatrix} = 1 \cdot i - i \cdot (i-1) = i - i^2 + i = 2i + 1$$

II. Yol

$$\begin{vmatrix} 1 & i & i-1 \\ 0 & 1 & i-1 \\ 0 & i & i \end{vmatrix}, \text{ Saruss kuralına göre,}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & i & i-1 \\ 0 & 1 & i-1 \\ 0 & i & i \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ + \end{matrix} = 1.1.i + 0.i.(i-1) + 0.i.(i-1) - 0.i.i - 1.i.(i-1) - 0.1.(i-1)$$
$$\begin{vmatrix} 1 & i & i-1 \\ 0 & 1 & i-1 \end{vmatrix} \begin{matrix} + \\ + \end{matrix}$$

$$= i - i^2 + i = 2i + 1$$

36. $|z + 2 - i| = 10$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayıların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$ B) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 64$ C) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 100$
D) $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 81$ E) $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 121$

Çözüm 36

$z = x + iy$ olsun.

$$|x + iy + 2 - i| = |(x + 2) + (y - 1).i| = 10 \Rightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} = 10$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 100$$

37. $A = \{a, c, d\}$

$B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

olduğuna göre, B nin alt kümelerinin kaç tanesi A kümesini kapsar?

- A) 16 B) 32 C) 48 D) 96 E) 112

Çözüm 37

$$\left. \begin{array}{l} A = \{a, c, d\} \\ B = \{a, b, c, d, e, f, g\} \end{array} \right\} B - A = \{b, e, f, g\} \Rightarrow s(B - A) = 4 \text{ olur.}$$

$$B - A \text{ kümesinin alt kümelerinin sayısı, } 2^{s(B-A)} = 2^4 = 16$$

$(B - A) \cup A = B$ olduğu için, $B - A$ kümesinin bu 16 alt kümesine A kümesi ilave edilirse,

B kümesinin alt kümelerinden 16 tanesi A kümesini kapsar.

38. $\sum_{n=1}^{10} \prod_{m=2}^8 (mn - 3n)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) - 729 B) - 363 C) 0 D) 363 E) 726

Çözüm 38

$$\sum_{n=1}^{10} \prod_{m=2}^8 (mn - 3n) = \sum_{n=1}^{10} \left[\prod_{m=2}^8 (mn - 3n) \right]$$

$$\Rightarrow \left[\prod_{m=2}^8 (mn - 3n) \right] = (2n - 3n) \cdot (3n - 3n) \cdot (4n - 3n) \cdot \dots \cdot (8n - 3n) = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{10} 0 = 0 \text{ olarak bulunur.}$$

39. Yaşları toplamı 48 olan 6 kardeşin yaşları toplamı aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En küçük kardeş 3 yaşında olduğuna göre, en büyük kardeşin yaşı kaçtır?

- A) 9 B) 13 C) 14 D) 15 E) 17

Çözüm 39

Aritmetik dizinin ortak farkı r olsun.

Buna göre, $\{ 3, 3 + r, 3 + 2r, 3 + 3r, 3 + 4r, 3 + 5r \}$ olur.

$$3 + (3 + r) + (3 + 2r) + (3 + 3r) + (3 + 4r) + (3 + 5r) = 48 \Rightarrow r = 2$$

En büyük kardeşin yaşı $= 3 + 5r = 3 + 5 \cdot 2 = 3 + 10 = 13$ elde edilir.

40. I , 2×2 türünde birim matrisi ve $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $A^2 - 4A + 4I$ işleminin

sonucu aşağıdaki matrislerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

Çözüm 40

I. Yol

$$A^2 - 4A + 4I = (A - 2I)^2$$

$$\Rightarrow \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right)^2 = \left(\begin{bmatrix} 1-2 & 2-0 \\ 2-0 & 4-2 \end{bmatrix} \right)^2 = \left(\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \right)^2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1) \cdot (-1) + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 2 + 2 \cdot 2 \\ 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 & 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

II. Yol

$$\begin{aligned} A^2 - 4A + 4I &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - 4 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + 4 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 & 2 \cdot 2 + 4 \cdot 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-4+4 & 10-8+0 \\ 10-8+0 & 20-16+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

41. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 3}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) 3 E) 6

Çözüm 41

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 3} = \frac{3^3 - 3 \cdot 3^2}{3^2 - 3} = \frac{27 - 27}{9 - 3} = \frac{0}{6} = 0 \text{ olur.}$$

42. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \frac{1}{2}}{\sin 4x}$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $-\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{8}$

Çözüm 42

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \frac{1}{2}}{\sin 4x} = \frac{0}{0}$ olduğuna göre L' hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin^2 x - \frac{1}{2})'}{(\sin 4x)'} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin x \cos x}{4 \cos 4x} \Rightarrow \frac{2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}}{4 \cos 4 \frac{\pi}{4}} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{4 \cdot (-1)} = \frac{-1}{4}$$

43. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{4x-1}$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 4 C) e^2 D) e^3 E) e^4

Çözüm 43

I. Yol

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{4x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{2x+3} \right)^{4x-1} = e^{\frac{2 \cdot 4}{2}} = e^4$$

Not : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{bx+c} \right)^{dx+f} = e^{\frac{a \cdot d}{b}}$

II. Yol

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{4x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{2x+3} \right)^{4x-1}$$

$2x + 3 = 2y$ diyelim.

$$2x = 2y + 3 \quad \Rightarrow \quad 4x - 1 = 4y - 7 \text{ olur.}$$

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{2y} \right)^{4y-7} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{y} \right)^{4y-7} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{y} \right)^y \right)^4 \cdot \left(1 + \frac{1}{y} \right)^{-7} = e^4 \cdot 1 = e^4$$

$$\text{Not : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$$

III. Yol

$x \rightarrow \infty$ için 1^∞ belirsizliği vardır.

$$\frac{2x+5}{2x+3} = 1 + \frac{2}{2x+3}$$

$$U(x) = \frac{2}{2x+3}, \quad V(x) = 4x - 1 \text{ olsun.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} U(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{2x+3} = 0 \quad \text{ve} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} V(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 4x - 1 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [U(x)V(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{2}{2x+3} \right) \cdot (4x-1) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x-2}{2x+3} = 4 \text{ olduğundan,}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{4x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} [1 + U(x)]^{V(x)} = e^4 \text{ olarak bulunur.}$$

IV. Yol

$x \rightarrow \infty$ için 1^∞ belirsizliği vardır.

$$y = \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{4x-1}$$

$$\ln y = \ln \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{4x-1} \Rightarrow \ln y = (4x-1) \cdot \ln \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right) \Rightarrow \ln y = \frac{\ln \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)}{\frac{1}{4x-1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)}{\frac{1}{4x-1}} \Rightarrow x \rightarrow \infty \text{ için } \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır}$$

L'Hospital kuralına göre,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2 \cdot (2x+3) - 2 \cdot (2x+5)}{(2x+3)^2}}{\frac{2x+5}{2x+3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{-4}{(2x+3) \cdot (2x+5)}}{\frac{-4}{(4x-1)^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16x^2 - 8x + 1}{4x^2 + 16x + 15} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = 4 \Rightarrow \ln(\lim_{x \rightarrow \infty} y) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} y = e^4$$

Not :

$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği için,

✗ pay ve paydanın dereceleri eşitse en büyük dereceli terimlerin katsayılarının oranı limittir.

✗ paydanın derecesi büyükse limit sıfırdır.

✗ payın derecesi büyükse limit $+\infty$ veya $-\infty$ dur.

Not :

1^∞ belirsizliği için,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} U(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} V(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} [U(x) \cdot V(x)] = \alpha \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} [1 + U(x)]^{V(x)} = e^\alpha$$

44. $f(x) = \ln(3x - 1)$ olduğuna göre, $f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0)$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm 44

$$y = \ln(3x - 1) \Rightarrow e^y = 3x - 1 \Rightarrow x = \frac{e^y + 1}{3} = f^{-1}(y) \quad (f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x)$$

$$(x \leftrightarrow y) \quad f^{-1}(x) = \frac{e^x + 1}{3} = \frac{1}{3} \cdot (e^x + 1)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \cdot (e^x + 1) \Rightarrow f^{-1}(0) = \frac{1}{3} \cdot (e^0 + 1) = \frac{2}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \cdot (e^x + 1) \Rightarrow [f^{-1}(x)]' = \left[\frac{1}{3} \cdot (e^x + 1) \right]' = \frac{1}{3} \cdot e^x$$

$$[f^{-1}(x)]' = \frac{1}{3} \cdot e^x \Rightarrow (f^{-1})'(0) = \frac{1}{3} \cdot e^0 = \frac{1}{3}$$

O halde, $f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$ olarak hesaplanır.

45. Denklemi $f(x) = \frac{x^2 + mx}{x - 1}$ olan fonksiyonun $x = 3$ noktasında ekstremum noktasının

olması için, m kaç olmalıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm 45

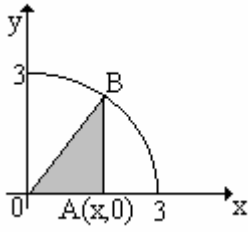
$f'(3) = 0$ olmalıdır.

$$f(x) = \frac{x^2 + mx}{x-1}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + mx)' \cdot (x-1) - (x-1)' \cdot (x^2 + mx)}{(x-1)^2} = \frac{(2x + m) \cdot (x-1) - (x^2 + mx)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - m}{(x-1)^2}$$

$$\frac{3^2 - 2 \cdot 3 - m}{(3-1)^2} = 0 \Rightarrow 3^2 - 2 \cdot 3 - m = 0 \Rightarrow 9 - 6 = m \Rightarrow m = 3$$

46.

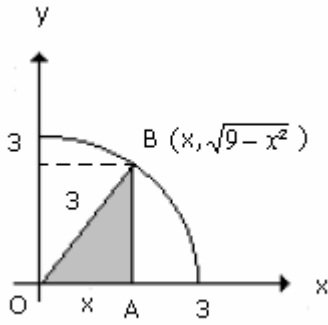


Şekildeki denklemi $x^2 + y^2 = 9$ olan dördte bir çemberin B noktasının x eksenindeki dik izdüşümü A(x, 0) noktasıdır.

Buna göre, OAB üçgeninin alanı x in hangi değeri için en büyüktür?

- A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D) 1 E) 2

Çözüm 46



$$x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} |AO| = x \\ |OB| = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow |AB| = \sqrt{9 - x^2} \quad (\text{pisagor})$$

$$\text{Alan(OAB)} = \frac{x \cdot \sqrt{9 - x^2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{9 - x^2}$$

$[\text{Alan(OAB)}]' = 0$ olmalıdır.

$$[\text{Alan(OAB)}]' = \left[\frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{9 - x^2} \right]' = \frac{1}{2} \cdot [x' \cdot (\sqrt{9 - x^2}) + (\sqrt{9 - x^2})' \cdot x]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{9 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{9 - x^2}} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{9 - x^2 - x^2}{\sqrt{9 - x^2}} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{9 - 2x^2}{\sqrt{9 - x^2}} \right] = 0 \Rightarrow 9 - 2x^2 = 0$$

$$2x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

47. $\int_{\frac{\pi}{12}}^a -2(\sin^4 x - \cos^4 x) dx = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, a'nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

Çözüm 47

$$\sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x) \cdot (\sin^2 x - \cos^2 x) = 1 \cdot (\sin^2 x - \cos^2 x) = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = -(\cos^2 x - \sin^2 x) = -\cos 2x$$

$$\int_{\frac{\pi}{12}}^a -2(\sin^4 x - \cos^4 x) dx = \frac{1}{2} \Rightarrow \int_{\frac{\pi}{12}}^a -2(-\cos 2x) dx = \int_{\frac{\pi}{12}}^a 2 \cos 2x dx = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot \frac{\sin 2x}{2} \Big|_{\frac{\pi}{12}}^a = \sin 2x \Big|_{\frac{\pi}{12}}^a = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2a - \sin 2 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 2a = \frac{1}{2} + \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \sin 2a = 1 = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2a = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = \frac{\pi}{4}$$

48. $\int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx$ integralinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}} du$ B) $\int \frac{1+u}{1-u} du$ C) $\frac{1}{2} \int \frac{1+u}{1-u} du$ D) $2 \int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}} du$ E) $2 \int \frac{u(1+u)}{1-u} du$

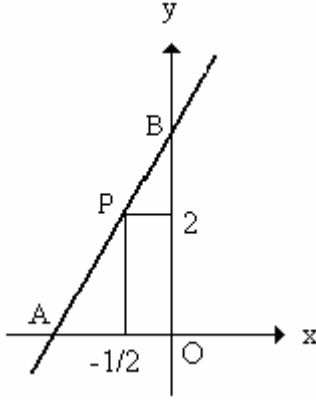
Çözüm 48

$$u = \sqrt{x} \Rightarrow u^2 = x \text{ (türevini alalım.)}$$

$$\Rightarrow (2u)du = dx \text{ verilen denklemde yerine yazalım.}$$

$$\Rightarrow \int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx \Rightarrow \int \frac{1+u}{1-u} \cdot (2u) \cdot du = 2 \int \frac{u(1+u)}{1-u} du \text{ olarak bulunur.}$$

49.

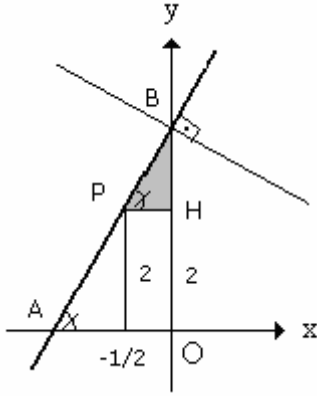


Şekildeki AB doğrusu $P(-\frac{1}{2}, 2)$ noktasından geçmektedir.

$|OB| = 4 \cdot |OA|$ olduğuna göre, B noktasından AB doğrusuna çizilen dik doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $8x + 2y - 13 = 0$ B) $4y + x - 16 = 0$ C) $3y + x - 12 = 0$
D) $2y + 8x - 9 = 0$ E) $4y + x = 0$

Çözüm 49



$$|OB| = 4 \cdot |OA| \Rightarrow \text{eğim} = \frac{|OB|}{|OA|} = \frac{4 \cdot |OA|}{|OA|} = 4$$

$$(\text{eğim} = \tan \alpha = \frac{y}{x})$$

$$\text{eğim} = 4 = \frac{|BH|}{|PH|} = \frac{|BH|}{\frac{1}{2}} \Rightarrow |BH| = 2 \text{ olur.}$$

O halde, $B(0, 4)$ noktası bulunur.

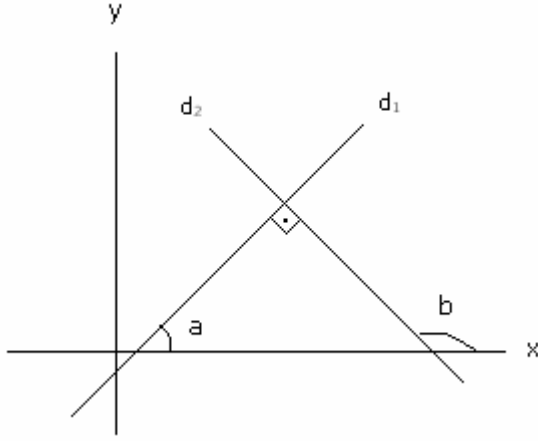
$$\text{Dik doğrunun eğimi} = \frac{-1}{4} \quad (m_n \cdot m_d = -1) \text{ olur.}$$

Eğimi $= \frac{-1}{4}$ olan $B(0, 4)$ noktasından geçen doğrunun denklemi,

$$y - 4 = \frac{-1}{4} \cdot (x - 0) \Rightarrow 4y - 16 = -x \Rightarrow x + 4y - 16 = 0$$

Not :

İki doğru dikse, eğimleri çarpımı (-1) e eşittir.



Şekilde

$$b = 90 + a \Rightarrow a = b - 90$$

$$d_1 \text{ doğrusunun eğimi } \tan a = m_1$$

$$d_2 \text{ doğrusunun eğimi } \tan b = m_2 \text{ ise}$$

$$m_1 = \tan a = \tan(b - 90) = \tan(-(90 - b))$$

$$\Rightarrow m_1 = -\tan(90 - b) = -\cot b = \frac{-1}{\tan b} = \frac{-1}{m_2}$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{-1}{m_2} \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ elde edilir. O halde, } d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ olur.}$$

Not :

Eğimi m olan ve $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi, $y - y_1 = m.(x - x_1)$

50. $A(1, 0, -1)$ noktasından geçen ve $N = (-1, -2, 1)$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 2y - z - 2 = 0$ B) $x - 2y + 2z = 0$ C) $x + y + z - 1 = 0$
D) $2x - y + z = 0$ E) $x - y - z - 1 = 0$

Çözüm 50

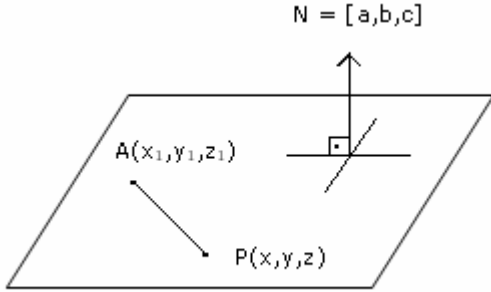
$A(x_1, y_1, z_1)$ noktasından geçen ve $N = [a, b, c]$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi,

$a.(x - x_1) + b.(y - y_1) + c.(z - z_1) = 0$ olduğuna göre,

$$(-1).(x - 1) + (-2).(y - 0) + 1.(z - (-1)) = 0 \Rightarrow x + 2y - z - 2 = 0 \text{ olur.}$$

Not :

Üç boyutlu (R^3) uzayda, $A(x_1, y_1, z_1)$ noktasından geçen ve $N = [a, b, c]$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi için,



Düzlem üzerinde değişken noktalar $P(x, y, z)$ olsun.

$$\overrightarrow{AP} = [(x - x_1), (y - y_1), (z - z_1)] \text{ olur.}$$

Düzlem $N = [a, b, c]$ vektörüne dik olduğuna göre, $\vec{N} \perp \overrightarrow{AP} \Rightarrow \vec{N} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$

$$a.(x - x_1) + b.(y - y_1) + c.(z - z_1) = 0 \text{ olur.}$$

51. Denklemleri $d_1 : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{-1}$

$$d_2 : \frac{x}{a} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-4}$$

olan doğrunun birbirine dik durumlu olması için a kaç olmalıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 51

$$d_1 : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{-1} \text{ doğrusunun konum vektörü, } [-2, 3, -1]$$

$$d_2 : \frac{x}{a} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-4} \text{ doğrusunun konum vektörü, } [a, 2, -4]$$

$$d_1 \perp d_2 \Rightarrow [-2, 3, -1].[a, 2, -4] = 0 \Rightarrow (-2).a + 3.2 + (-1).(-4) = 0 \Rightarrow a = 5$$

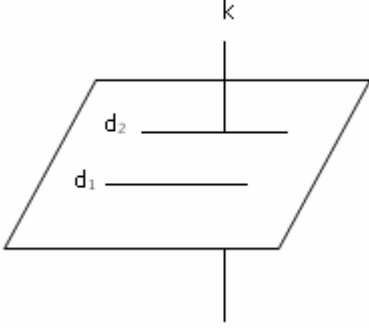
52. R^3 te aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

- A) Paralel iki doğrudan birine paralel olan doğru, diğeri de paraleldir.
- B) Birbirine paralel üç doğru düzlemsel olmayabilir.
- C) Paralel iki doğrudan birini kesen bir doğru, diğeri de keser.
- D) Bir noktadan geçen ve bir düzleme paralel olan bir tane düzlem vardır.
- E) İki noktadan geçen ve bir düzleme dik olan bir düzlem vardır.

Çözüm 52

C seçeneğinde,

R^3 te paralel iki doğrudan birini kesen doğru farklı düzlemlerde olabileceklerinden diğeri kesmeyebilir.



$d_1 \parallel d_2$ olduğu halde k doğrusu d_1 doğrusunu kesmeyebilir.

Bu yüzden söz konusu ifade yanlıştır.

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA