

Öğrenci Yerleştirme Sınavı (Öys) / 22 Haziran 1997

Matematik Soruları Ve Çözümleri

1.

$$\frac{\frac{2}{0,001} + \frac{1}{0,002}}{\frac{3}{0,004}} = \frac{5}{3}k \text{ olduğuna göre, } k \text{ kaçtır?}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 1

$$\frac{\frac{2}{0,001} + \frac{1}{0,002}}{\frac{3}{0,004}} = \frac{5}{3}k \Rightarrow \frac{\frac{2000}{1} + \frac{1000}{2}}{\frac{3000}{4}} = \frac{5}{3}k \Rightarrow \frac{2500}{750} = \frac{10}{3} = \frac{5k}{3} \Rightarrow k = 2$$

2.

$$\frac{[(102 \cdot 13) + (12 \cdot 102)] - [(39 \cdot 102) - (102 \cdot 15)]}{3^4 - 4^3} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

A) 14 B) 13 C) 12 D) 9 E) 6

Çözüm 2

$$\begin{aligned} \frac{[(102 \cdot 13) + (12 \cdot 102)] - [(39 \cdot 102) - (102 \cdot 15)]}{3^4 - 4^3} &= \frac{[102 \cdot (13 + 12)] - [102 \cdot (39 - 15)]}{3^4 - 2^6} \\ &= \frac{[102 \cdot 15] - [102 \cdot 24]}{(3^2 - 2^3) \cdot (3^2 + 2^3)} = \frac{102 \cdot (15 - 24)}{(9 - 8) \cdot (9 + 8)} = \frac{102}{17} = 6 \end{aligned}$$

3. Bir a doğal sayısının 3 ile bölüldüğünde bölüm b, kalan 1;

b sayısı 5 ile bölüldüğünde kalan 3 dür.

Buna göre, a sayısının 15 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm 3

$$a = 3b + 1 \text{ ve } b = 5x + 3 \text{ (bölmenin tanımı)}$$

$$a = 3.(5x + 3) + 1 = 15x + 10 \text{ (a sayısının 15 ile bölümünden kalanın 10 olduğu görülür.)}$$

4. x liraya alınan bir mal % 60 karla $3x - 140,000$ liraya satılmıştır.

Bu satıştan kaç lira kar edilmiştir?

- A) 60,000 B) 65,000 C) 70,000 D) 75,000 E) 80,000

Çözüm 4

$$\text{Alış fiyatı} = x$$

$$\text{Kar miktarı} = x.\% 60 = \frac{60.x}{100}$$

$$\text{Satış fiyatı} = 3x - 140,000$$

$$\text{Alış fiyatı} + \text{Kar miktarı} = \text{Satış fiyatı} \Rightarrow x + \frac{60.x}{100} = 3x - 140,000$$

$$\Rightarrow \frac{160.x}{100} = 3x - 140,000 \Rightarrow \frac{8x}{5} = 3x - 140,000$$

$$\Rightarrow 7x = 5.140,000 \Rightarrow x = 100,000$$

$$\text{Kar miktarı} = x.\% 60 = \frac{60.x}{100} = \frac{60}{100}.100,000 = 60,000$$

5. Bir deponun $\frac{4}{7}$ si mazot doludur.

Bu depoda bütün mazotun $\frac{1}{4}$ ü kullanıldığında, geriye 51 ton mazot kalmıştır.

Buna göre, deponun tamamı kaç ton mazot alır?

- A) 110 B) 113 C) 119 D) 124 E) 127

Çözüm 5

Depo = x litre olsun.

$$\text{Depoda bulunan mazot} = \frac{4x}{7} \text{ litre}$$

$$\text{Kullanılan mazot} = \frac{4x}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{x}{7} \text{ litre}$$

$$\text{Kalan mazot} = \frac{4x}{7} - \frac{x}{7} = \frac{3x}{7} = 51 \text{ litre} \Rightarrow 3x = 7.51 \Rightarrow x = 119 \text{ litre}$$

6. Bir usta 3 günde 2 çift ayakkabı, bir kalfa ise 5 günde 2 çift ayakkabı yapmaktadır. İkisi birlikte, 48 çift ayakkabıyı kaç günde yaparlar?

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

Çözüm 6

I. Yol

Usta , 3 günde , 2 çift ayakkabı yaparsa → 15 günde , 10 çift ayakkabı yapar.

Kalfa , 5 günde , 2 çift ayakkabı yaparsa → 15 günde , 6 çift ayakkabı yapar.

(gün katsayıları eşitlendi)

İkisi birlikte 15 günde 16 ayakkabı yapar.

15 günde 16 ayakkabı yapıldığına göre,

A günde 48 ayakkabı yaparlar.

$$A.16 = 48.15 \Rightarrow A = 45 \text{ bulunur.}$$

II. Yol

Usta

3 günde 2 çift ayakkabı yaparsa
1 günde x çift ayakkabı yapar

$$x = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

Kalfa

5 günde 2 çift ayakkabı yaparsa
1 günde y çift ayakkabı yapar

$$y = \frac{2}{5}$$

İkisi birlikte 1 günde $= \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{16}{15}$ ayakkabı yapar.

1 günde ikisi birlikte $\frac{16}{15}$ ayakkabı yaparsa

z günde ikisi birlikte 48 ayakkabı yapar

$$z \cdot \frac{16}{15} = 48 \Rightarrow z = 45 \text{ günde yaparlar.}$$

7. Kırtasiyeciden 2 silgi, 3 kalem, 4 defter alan bir kimse, toplam 1,600,000 TL ödemiştir. Bir kalemin fiyatı bir silginin fiyatının 2 katı, bir defterin fiyatı da bir kalemin fiyatının 4 katı olduğuna göre, bir silginin fiyatı kaç TL dir?

A) 30,000 B) 40,000 C) 50,000 D) 60,000 E) 70,000

Çözüm 7

$$2s + 3k + 4d = 1,600,000$$

Silgi fiyatı = x olsun.

Kalem fiyatı = 2x

Defter fiyatı = 4.2x = 8x

$$2 \cdot x + 3 \cdot 2x + 4 \cdot 8x = 1,600,000 \Rightarrow 40x = 1,600,000 \Rightarrow x = 40,000 \text{ olur.}$$

8.

Puan	1	2	3	4	5
Öğrenci Sayısı	1	5	10	13	3

Yukarıdaki tablo bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavında aldığı puanların dağılımını göstermektedir.

Buna göre, sınıfın bu sınavdaki puanların ortalaması kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) $\frac{29}{6}$ D) $\frac{29}{7}$ E) $\frac{27}{8}$

Çözüm 8

$$\text{Ortalama} = \frac{\text{alınan toplam puan}}{\text{öğrenci sayısı}} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 13 + 5 \cdot 3}{1 + 5 + 10 + 13 + 3} = \frac{108}{32} = \frac{27}{8}$$

9. 4 katının 5 fazlası, kendisinin karesinden büyük olan en büyük tamsayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm 9

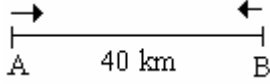
Sayı = x olsun.

$$4x + 5 > x^2 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0 \Rightarrow x_1 = -1 \text{ ve } x_2 = 5$$

	-1	5	
$x - 5$	-----	-----	++++
$x + 1$	-----	+++++	+++
$(x - 5)(x + 1)$	++++	-----	++++

$x \in (-1, 5)$ olur. Buradan en büyük tamsayının 4 olduğu görülür.

10.



Şekildeki A ve B kentleri arasındaki uzaklık 40 km dir.

A dan hızı saatte 5 km olan bir yaya, B den hızı saatte 15 km olan bir bisikletli aynı anda, bir birine doğru yola çıkıyor.

Yaya kaç km yol yürüdüğünde bisikletli ile karşılaşır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 5 E) 3

Çözüm 10

Hız problemlerinde araçlar birbirine doğru hareket ediyorsa, hızları toplanır.

$$x = (v_{yaya} + v_{bisiklet}).t \Rightarrow 40 = (5 + 15).t \Rightarrow t = 2 \text{ olur.}$$

$$x_{yaya} = v_{yaya} .t \Rightarrow x_{yaya} = 5.2 = 10 \text{ km.}$$

11. m sayı tabanını göstermek üzere, $(321)_m \cdot (3)_m = (2013)_m$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm 11

$$(321)_m \cdot (3)_m = (2013)_m$$

$$(3.m^2 + 2.m^1 + 1.m^0).(3.m^0) = 2.m^3 + 0.m^2 + 1.m^1 + 3.m^0$$

$$(3m^2 + 2m + 1).3 = 2m^3 + m + 3$$

$$2m^3 - 9m^2 - 5m = 0$$

$$m.(2m^2 - 9m - 5) = 0$$

$$m.(2m + 1).(m - 5) = 0 \Rightarrow m_1 = 0, m_2 = \frac{-1}{2}, m_3 = 5$$

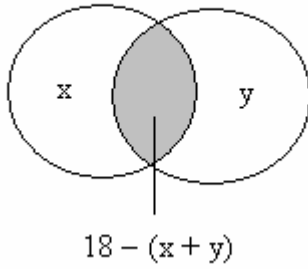
12. 18 kişilik bir gruptaki öğrenciler İngilizce ve Fransızca dilinden en az birini bilmektedir. İngilizce bilenlerin sayısı, Fransızca bilenlerin 3 katıdır.

Buna göre, sadece Fransızca bilenlerin sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 12

İngilizce bilenler Fransızca bilenler



$$\text{İngilizce bilenler} = x + [18 - (x + y)]$$

$$\text{Fransızca bilenler} = y + [18 - (x + y)]$$

$$s(I) = 3.s(F) \text{ olduğuna göre, } x + [18 - (x + y)] = 3.[y + [18 - (x + y)]]$$

$$18 - y = 3.[18 - x] \Rightarrow 3x - 36 = y$$

$$\text{Öğrenciler en az bir dili bildiğine göre, } 3x - 36 > 0 \Rightarrow x > 12$$

$$x = 13 \text{ için, } 3.13 - 36 = y = 3 \text{ bulunur.}$$

13. $\frac{4a^3 + 16a^2}{4a^2 + 12a} : \frac{a^3 - 16a}{a^2 - a - 12}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{a}{2}$ D) a E) a^2

Çözüm 13

$$\frac{4a^3 + 16a^2}{4a^2 + 12a} : \frac{a^3 - 16a}{a^2 - a - 12} = \frac{4a.(a^2 + 4a)}{4a.(a + 3)} \cdot \frac{(a - 4).(a + 3)}{a.(a^2 - 16)} = \frac{(a^2 + 4a).(a - 4)}{a.(a - 4).(a + 4)} = \frac{a.(a + 4)}{a.(a + 4)} = 1$$

14. $a < b$ olmak üzere,

$\sqrt{\frac{5^a}{5^{-b}} \left(-2 + \frac{5^a}{5^b} + \frac{5^b}{5^a} \right)}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5^{a+b} - 2$ B) $5^{a+b} + 2$ C) $5^a - 2$ D) $5^b + 5^a$ E) $5^b - 5^a$

Çözüm 14

$5^a = x$ ve $5^b = y$ olsun.

$a < b \Rightarrow 5^a < 5^b \Rightarrow x < y$

$$\sqrt{\frac{5^a}{5^{-b}} \left(-2 + \frac{5^a}{5^b} + \frac{5^b}{5^a} \right)} = \sqrt{\frac{x}{y^{-1}} \cdot \left(-2 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)} = \sqrt{xy \cdot \left(\frac{-2xy + x^2 + y^2}{xy} \right)} = \sqrt{(x-y)^2} = |x-y|$$

$x < y \Rightarrow |x-y| = -x+y$ olur.

x ve y değerlerini yerine yazarsak, $-x+y = -5^a+5^b$ bulunur.

15. $P(x-2) = x^2 - x - 3$ olduğuna göre, $P(2x-1)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x^2 - x - 3$ B) $2x^2 - x + 3$ C) $4x^2 + 2x - 3$ D) $4x^2 + 4x - 3$ E) $4x^2 + 4x - 2$

Çözüm 15

$x-2 = y$ olsun.

$x = y+2 \Rightarrow P(y) = (y+2)^2 - (y+2) - 3$ olur.

y yerine $2x-1$ yazalım.

$$P(2x-1) = ((2x-1)+2)^2 - ((2x-1)+2) - 3$$

$$P(2x-1) = (2x+1)^2 - (2x+1) - 3$$

$$P(2x-1) = 4x^2 + 2x - 3$$

16. $\frac{(x^2 - 2)(x^2 + 4)}{x^2 - 4} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, 2)$

B) $(-2, 0) \cup (\sqrt{2}, 2)$

C) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$

D) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

E) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

Çözüm 16

$x^2 + 4$ daima pozitiftir.

$$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow |x| = \sqrt{2} \Rightarrow x_1 = -\sqrt{2} \text{ ve } x_2 = \sqrt{2}$$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = -2 \text{ ve } x_2 = 2$$

	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2
$x^2 + 4$	++++	++++	++++	++++
$x^2 - 2$	++++	++++	-----	++++
$(x^2 - 2)(x^2 + 4)$	++++	++++	-----	++++
$x^2 - 4$	++++	-----	-----	-----
$\frac{(x^2 - 2)(x^2 + 4)}{x^2 - 4}$	++++	-----	++++	-----

$$\frac{(x^2 - 2)(x^2 + 4)}{x^2 - 4} < 0 \Rightarrow \text{Çözüm kümesi} = (-2, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, 2)$$

17. $4x^2 - 5x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{2-x_1} + \frac{1}{2-x_2}$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{11}{5}$ E) $\frac{12}{5}$

Çözüm 17

$$\frac{1}{2-x_1} + \frac{1}{2-x_2} = \frac{(2-x_2) + (2-x_1)}{(2-x_1)(2-x_2)} = \frac{4-(x_1+x_2)}{4-2x_2-2x_1+x_1x_2} = \frac{4-(x_1+x_2)}{4-2(x_1+x_2)+x_1x_2}$$

$4x^2 - 5x - 1 = 0$ denkleminin,

$$\text{Kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\left(\frac{-5}{4}\right) = \frac{5}{4}$$

Kökler çarpımı : $x_1 \cdot x_2 = \frac{-1}{4}$ olduğuna göre,

$$\frac{1}{2-x_1} + \frac{1}{2-x_2} = \frac{4-\frac{5}{4}}{4-2 \cdot \frac{5}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{11}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{11}{5}$$

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

18. $\log_2(2\log_3(3\log_4(x+2))) = 1$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm 18

$$\log_2(2\log_3(3\log_4(x+2))) = 1$$

$$2\log_3(3\log_4(x+2)) = 2^1 \Rightarrow \log_3(3\log_4(x+2)) = 1$$

$$3\log_4(x+2) = 3^1 \Rightarrow \log_4(x+2) = 1$$

$$(x+2) = 4^1 \Rightarrow x+2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

19. $z = 2 + 4i$ ve $u = 3i$ karmaşık sayılar olduğuna göre,

$\frac{\overline{\overline{z \cdot u}}}{6 + 3i}$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) -1 C) 2 D) $\frac{1+2i}{3}$ E) $\frac{1-2i}{3}$

Çözüm 19

$$z = 2 + 4i \Rightarrow z \text{ nin eşleniği, } \overline{z} = 2 - 4i$$

$$u = 3i \Rightarrow u \text{ nun eşleniği, } \overline{u} = -3i$$

$$\frac{\overline{\overline{z \cdot u}}}{6 + 3i} = \frac{(2 - 4i) \cdot (-3i)}{6 + 3i} = \frac{-6i + 12i^2}{6 + 3i} = \frac{-6i - 12}{6 + 3i} = \frac{-2 \cdot (3i + 6)}{6 + 3i} = -2$$

Not : Karmaşık Sayının Eşleniği

$z = a + bi$ karmaşık sayısı için $\overline{z} = a - bi$ sayısına z nin eşleniği denir.

20. $(x^2 - 2y^2)^n$ açılımında x^4y^4 lü terimin katsayısı kaçtır?

A) - 48 B) - 24 C) 12 D) 24 D) 48

Çözüm 20

$(x^2 - 2y^2)^n$ ifadesinin açılımındaki $(r + 1)$ inci terimi yani

$$\binom{n}{r} (x^2)^{n-r} \cdot (2y^2)^r \text{ terimini göz önüne alalım.}$$

$x^4 \cdot y^4$ ' lü terim sorulduğuna göre,

$$= \binom{n}{r} x^{2n-2r} \cdot 2^r \cdot y^{2r} = \binom{n}{r} 2^r \cdot x^{2n-2r} \cdot y^{2r} \Rightarrow 2n - 2r = 4 \text{ ve } 2r = 4 \Rightarrow r = 2 \text{ ve } n = 4$$

$$x^4 \cdot y^4 \text{ ' ün katsayısı} = \binom{n}{r} \cdot 2^r = \binom{4}{2} \cdot 2^2 = \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} \cdot 4 = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24 \text{ elde edilir.}$$

Not : Binom Formülü

a ve b karmaşık sayılar ne $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

açılımına Binom formülü (Binom Açılımı) denir.

Binom açılımında $a = b = 1$ yazılırsa

$$(1 + 1)^n = 2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} \text{ bulunur.}$$

Not :

I) $(a + b)^n$ açıldığında baştan $(r + 1)$ inci terim $\binom{n}{r} a^{n-r} b^r$ dir.

II) $(a + b)^n$ açılımında $n + 1$ tane terim vardır.

III) $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ olduğundan $(a + b)^n$ açılımındaki baştan ve sondan eşit uzaklıktaki

terimlerin katsayıları eşittir.

21. A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı, B torbasında 5 beyaz, 2 kırmızı top vardır.

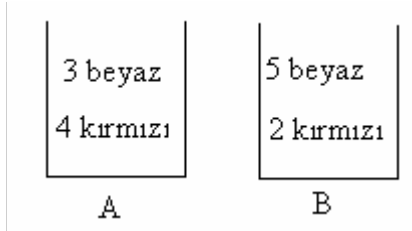
Aynı anda her iki torbadan birer top alınıyor ve öteki torbaya

(A torbasından alınan B ye, B torbasından alınan A ya) atılıyor.

Bu işlemin sonucunda torbalardaki kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtakiyle aynı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{18}{49}$ B) $\frac{19}{49}$ C) $\frac{20}{49}$ D) $\frac{22}{49}$ E) $\frac{23}{49}$

Çözüm 21



A dan Beyaz \Rightarrow B den Beyaz çekilmeli

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{49}$$

A dan Kırmızı \Rightarrow B den Kırmızı çekilmeli

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{49}$$

Kırmızı ve Beyaz top sayılarının başlangıçtakiyle aynı olma olasılığı = $\frac{15}{49} + \frac{8}{49} = \frac{23}{49}$

22. $1 < x < y$ olmak üzere, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3x}{4y}\right)^{n-1}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

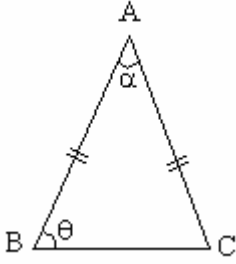
- A) $\frac{4y+3x}{4y}$ B) $\frac{4y}{4y-3x}$ C) $\frac{3y}{3x-5y}$ D) $\frac{3x}{4y}$ E) $\frac{4y}{3x}$

Çözüm 22

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3x}{4y}\right)^{n-1} &= \left(\frac{3x}{4y}\right)^0 + \left(\frac{3x}{4y}\right)^1 + \left(\frac{3x}{4y}\right)^2 + \left(\frac{3x}{4y}\right)^3 + \dots \\ &= 1 + \left(\frac{3x}{4y}\right)^1 + \left(\frac{3x}{4y}\right)^2 + \left(\frac{3x}{4y}\right)^3 + \dots = \frac{1-0}{1-\left(\frac{3x}{4y}\right)} = \frac{4y}{4y-3x} \end{aligned}$$

Not : $\sum_{k=1}^n r^{k-1} = 1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$ ($r \neq 0, r \neq 1$)

23.



ABC bir ikizkenar üçgen

$$|AB| = |AC|$$

$$m(\angle B) = \theta$$

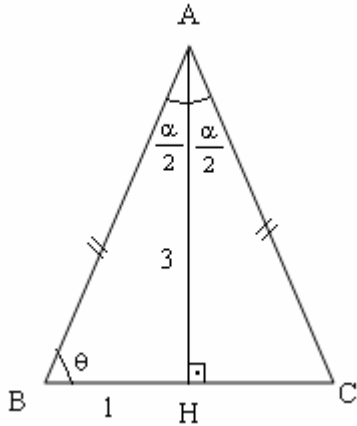
$$m(\angle A) = \alpha$$

Yukarıdaki şekilde $\tan \theta = 3$ olduğuna göre, $\tan \alpha$ nın değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Çözüm 23

A noktasından $|BC|$ kenarına dik (yükseklik) çizelim.



$\tan \theta = 3$ olduğuna göre, $|AH| = 3$ ve $|BH| = 1$

AHB dik üçgeninde pisagor teoremini uygulanırsa,

$$|AB|^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow |AB| = \sqrt{10} \text{ bulunur.}$$

İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik aynı zamanda açıortay olduğuna göre, $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$

$$\tan \alpha = \tan\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\tan \frac{\alpha}{2} + \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Not : } \tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\text{Not : } \tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

24. $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere,

$\cos x - \tan \frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \sqrt{3}$ denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{11\pi}{6}$ B) $\frac{9\pi}{5}$ C) $\frac{8\pi}{5}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

Çözüm 24

$$\cos x - \tan \frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \sqrt{3}$$

$$\cos x - \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cdot \sin x = \sqrt{3}$$

$$\frac{\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin x}{\cos \frac{\pi}{3}} = \sqrt{3}$$

$$\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \sqrt{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}$$

$$x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

$$\text{Not : } \cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

25. $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & a+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

Çözüm 25

$$\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & a+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \cdot 1 + a \cdot x \\ 2 \cdot 1 + (a+1) \cdot x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a \cdot x + 3 \\ ax + x + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$ax + 3 = -1 \Rightarrow ax = -4$$

$$ax + x + 2 = 2 \Rightarrow -4 + x + 2 = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$ax = -4 \text{ olduğuna göre, } a \cdot 4 = -4 \Rightarrow a = -1 \text{ bulunur.}$$

26. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 10 B) 28 C) 47 D) 93 E) 100

Çözüm 26

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{1. satırın } (-4) \text{ katını, 2. satıra ekleyelim.}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & -12 & 10 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{determinantı elde edilir ve bu determinantı 4. sütuna göre açalım.}$$

$$1.(-1)^{1+4} \cdot \begin{vmatrix} -3 & -12 & 10 \\ 2 & -2 & 0 \\ -1 & -4 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{determinantını 3. sütuna göre açalım.}$$

$$= (-1) \cdot [10 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -4 \end{vmatrix}]$$

$$= (-1) \cdot [10 \cdot (2 \cdot (-4) - (-1) \cdot (-2))]$$

$$= (-1) \cdot [10 \cdot (-8 - 2)]$$

$$= (-1) \cdot (-100)$$

$$= 100$$

Not : Bir determinantın herhangi bir satırı (veya sütunu) bir sayı ile çarpılıp diğer bir satıra (veya sütuna) karşılıklı olarak eklenirse determinantın değeri değişmez.

27. $\vec{A} = [4, 6, 1]$

$$\vec{B} = [2, -4, \frac{1}{2}]$$

$$\vec{C} = [3, 2, 1] \text{ vektörleri veriliyor.}$$

\vec{A} ve \vec{B} vektörlerine dik olan ve $\vec{X} \cdot \vec{C} = -1$ koşulunu sağlayan \vec{X} vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-1, 0, 2]$ B) $[1, 0, -4]$ C) $[0, 1, -3]$ D) $[-3, 2, 4]$ E) $[0, 0, -1]$

Çözüm 27

\vec{A} ve \vec{B} vektörlerine dik olan vektör, $\vec{X} = [a, b, c]$ olsun.

$\vec{A} \cdot \vec{X} = 0$ ve $\vec{B} \cdot \vec{X} = 0$ olmalıdır.

$$\vec{A} \cdot \vec{X} = 0 \Rightarrow [4, 6, 1] \cdot [a, b, c] = 0 \Rightarrow 4a + 6b + c = 0$$

$$\vec{B} \cdot \vec{X} = 0 \Rightarrow [2, -4, \frac{1}{2}] \cdot [a, b, c] = 0 \Rightarrow 2a - 4b + \frac{1}{2}c = 0$$

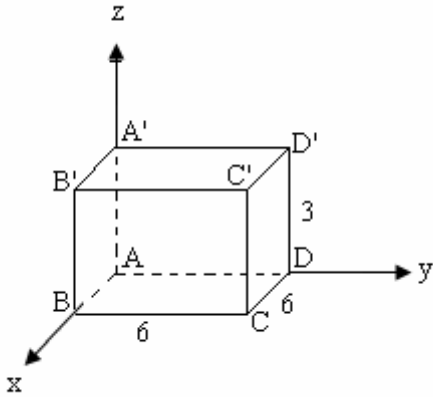
$$\vec{X} \cdot \vec{C} = -1 \text{ olduğuna göre, } [a, b, c] \cdot [3, 2, 1] = -1 \Rightarrow \underline{\underline{3a + 2b + c = -1}}$$

Bu denklemlerden ikincisini (-2) ile çarpıp 1. denklem ile toplanırsa, $b = 0$ olur.

2. ve 3. denklemlerde $b = 0$ yazılırsa, $a = 1$ ve $c = -4$ olur.

$$\vec{X} = [a, b, c] = [1, 0, -4] \text{ bulunur.}$$

28.



$$|BC| = 6 \text{ cm}$$

$$|CD| = 6 \text{ cm}$$

$$|DD'| = 3 \text{ cm}$$

Şekildeki dikdörtgenler prizmasının boyutları 6 cm, 6 cm ve 3 cm dir.

Bu prizmanın $[AC']$ ve $[BD']$ cisim köşegenleri arasındaki dar açının kosünüsü kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{4}{9}$

Çözüm 28

$$A = (0, 0, 0) \text{ ve } C' = (6, 6, 3) \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = [6 - 0, 6 - 0, 3 - 0] = [6, 6, 3]$$

$$\overrightarrow{AC'} \text{ vektörünün uzunluğu : } |\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{(6-0)^2 + (6-0)^2 + (3-0)^2} = 9$$

$$B = (6, 0, 0) \text{ ve } D' = (0, 6, 3) \Rightarrow \overrightarrow{BD'} = [0 - 6, 6 - 0, 3 - 0] = [-6, 6, 3]$$

$$\overrightarrow{BD'} \text{ vektörünün uzunluğu : } |\overrightarrow{BD'}| = \sqrt{(0-6)^2 + (6-0)^2 + (3-0)^2} = 9$$

$$\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{BD'} = |\overrightarrow{AC'}| \cdot |\overrightarrow{BD'}| \cdot \cos\alpha$$

$$[6, 6, 3] \cdot [-6, 6, 3] = 9 \cdot 9 \cdot \cos\alpha$$

$$6 \cdot (-6) + 6 \cdot 6 + 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{9}$$

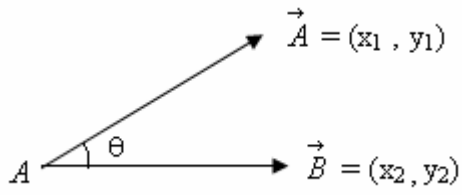
Not : Vektörlerin skaler (iç) çarpımı

Öklid iç çarpımı denilen bu iç çarpım $\vec{A} = (x_1, y_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri için

$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ biçiminde tanımlanır.

Sonuç bir skaler (sayı) çıktığından bu çarpıma skaler çarpım da denir.

Not : İç (skaler) Çarpım



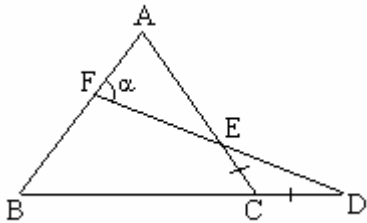
Sıfırdan farklı $\vec{A} = (x_1, y_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri arasındaki açı θ ise

$|\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$ gerçel sayısına \vec{A} ve \vec{B} vektörlerinin iç (skaler) çarpımı denir ve

$\vec{A} \cdot \vec{B}$ ya da $\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle$ biçiminde gösterilir.

$$\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$$

29.



$$|EC| = |CD|$$

$$m(\angle AFE) = \alpha$$

Yukarıdaki şekilde ABC bir eşkenar üçgen olduğuna göre, $m(\angle AFE) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 110 B) 105 C) 100 D) 95 E) 90

Çözüm 29

ABC bir eşkenar üçgen olduğuna göre,

$$s(A) = s(B) = s(C) = 60$$

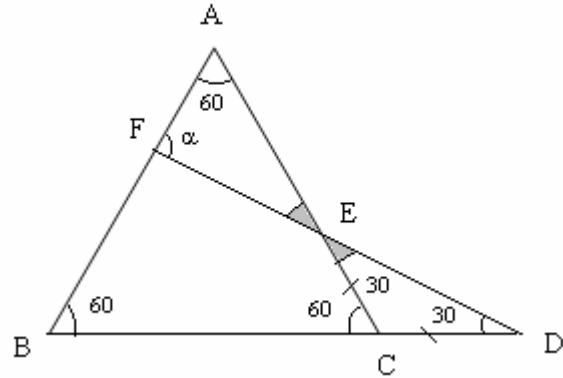
ECD ikizkenar üçgen olduğuna göre,

$$s(E) = s(D) = 30 \quad [s(E) + s(D) = 60]$$

AFE üçgeninde,

$$s(A) + s(F) + s(E) = 180$$

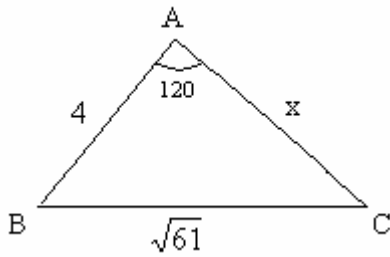
$$60 + \alpha + 30 = 180 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 90$$



Not :

Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

30.



ABC bir üçgen

$$m(\text{BAC}) = 120^\circ$$

$$|AB| = 4$$

$$|BC| = \sqrt{61}$$

$$|AC| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm 30

ABC üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa,

$$(\sqrt{61})^2 = 4^2 + x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \cos 120$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x - 5) \cdot (x + 9) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 5$$

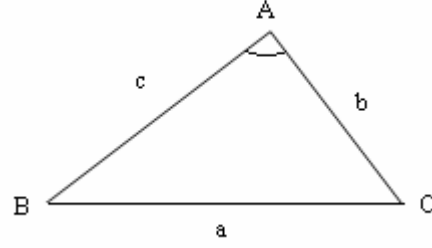
Not : Kosinüs teoremi

Bir ABC üçgeninde,

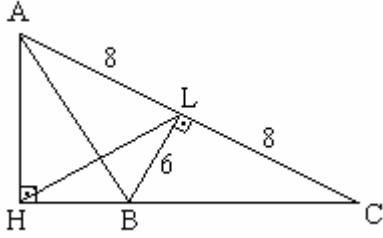
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos(A)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos(B)$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2.a.b.\cos(C)$$



31.



$$m(\text{AHC}) = 90^\circ$$

$$m(\text{BLC}) = 90^\circ$$

$$|AL| = |LC| = 8 \text{ cm}$$

$$|LB| = 6 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilene göre, $\frac{|AH|}{|HL|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{8}{5}$

Çözüm 31

AHC dik üçgeninde, $|AL| = |LC| = 8$ ise

Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşit olduğuna göre, $|HL| = 8$ olur.

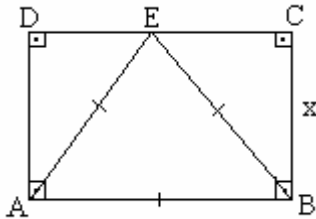
BLC üçgeninde, $|BC|^2 = |BL|^2 + |LC|^2$ (pisagor)

$$|BC|^2 = 6^2 + 8^2 = 100 = 10^2 \quad \Rightarrow \quad |BC| = 10$$

$$CLB \sim CHA \Rightarrow \frac{|CL|}{|CH|} = \frac{|CB|}{|CA|} = \frac{|LB|}{|HA|} \Rightarrow \frac{10}{8+8} = \frac{6}{|AH|} \Rightarrow |AH| = \frac{16 \cdot 6}{10} = \frac{48}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{|AH|}{|HL|} = \frac{\frac{48}{5}}{8} = \frac{6}{5}$$

32.



ABCD bir dikdörtgen

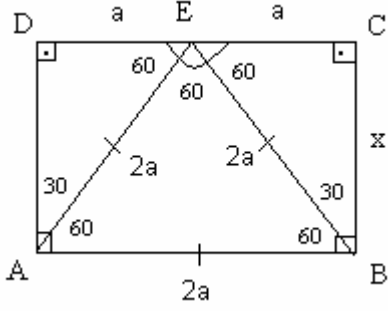
EAB bir eşkenar üçgen

$$|BC| = x \text{ cm}$$

Yukarıdaki şekilde ABCD dikdörtgeninin alanı $72\sqrt{3}$ olduğuna göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

- A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $10\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

Çözüm 32



Eşkenar üçgenin açıları 60° yazılırsa, ADE ve BCE üçgenlerinin açıları $30 - 60 - 90$ olur.

$|AB| = |DC| = 2a$ olsun.

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşit olduğuna göre,

$$|DE| = |EC| = a$$

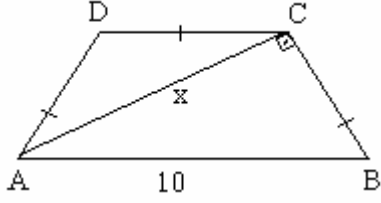
$$|BC| = a\sqrt{3} = x$$

Alan (ABCD) = $72\sqrt{3}$ olduğuna göre,

$$x \cdot 2a = 72\sqrt{3} \Rightarrow a\sqrt{3} \cdot 2a = 72\sqrt{3} \Rightarrow 2\sqrt{3} a^2 = 72\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

$$x = a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

33.



ABCD bir ikizkenar yamuk

$$m(\text{ACB}) = 90^\circ$$

$$|AD| = |DC| = |BC|$$

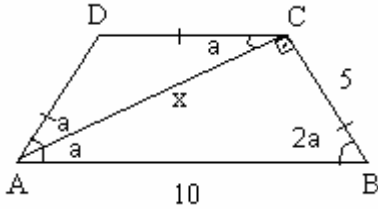
$$|AB| = 10 \text{ cm}$$

$$|AC| = x \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{2}$

Çözüm 33



$$m(\text{DAC}) = m(\text{DCA}) = a \text{ olsun.}$$

$$m(\text{CAB}) = a \text{ olur. (iç - ters açı)}$$

$$m(\text{DAB}) = m(\text{CBA}) = 2a \text{ olur.}$$

(ikizkenar yamuğun taban açıları eşittir.)

$$\text{ABC dik üçgeninde, } 2a + a + 90 = 180 \Rightarrow a = 30 \text{ bulunur.}$$

$$\text{ABC (30 - 60 - 90) üçgeninde, } |AB| = 10 \Rightarrow |BC| = 5 \Rightarrow x = 5\sqrt{3}$$

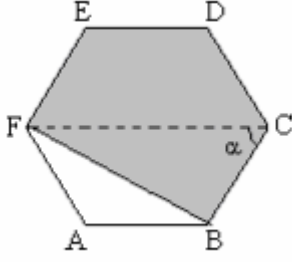
Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

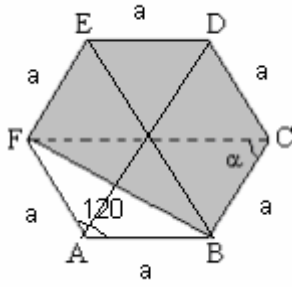
34.



Şekildeki ABCDEF düzgün altıgenindeki taralı alan $720\sqrt{3}$ cm² olduğuna göre, düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğu kaç cm dir?

A) 12 B) 14 C) 20 D) 22 E) 24

Çözüm 34



ABCDEF düzgün altıgeninin bir kenarı = a olsun.

ABCDEF düzgün altıgen 6 tane eş eşkenar üçgenden oluşmaktadır.

$$\text{Eşkenar üçgenin alanı} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{İki kenarı ve bu kenarların arasındaki açısı bilinen üçgenin alanı} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

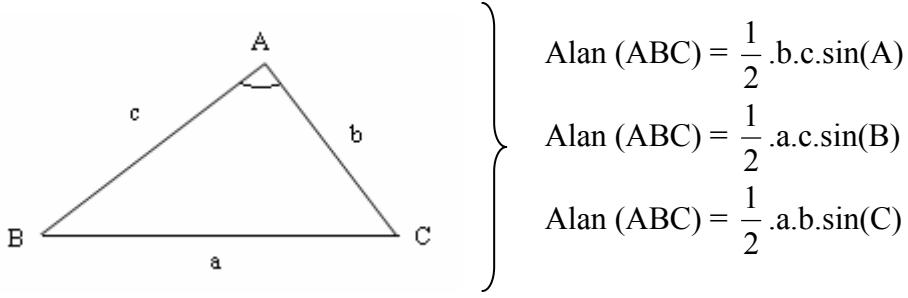
Taralı alan = alan(ABCDEF) – alan(ABF) olduğuna göre,

$$\text{Taralı alan} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 5 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 720\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 144 \cdot 4 \Rightarrow a = 24$$

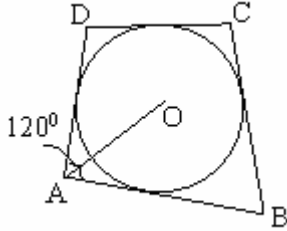
Not :

Düzgün altıgenin bir dış açısı = $\frac{360}{6} = 60$ olduğuna göre, bir iç açısı = $180 - 60 = 120$ olur.

Not : İki kenarı ve aradaki açısı verilen üçgenin alanı



35.



ABCD bir teğetler dörtgeni

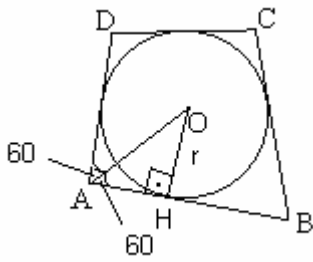
O çemberin merkezi

$m(\text{DAB}) = 120^\circ$

Yukarıdaki şekilde $|OA| = 8\sqrt{3}$ olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) $5\sqrt{3}$ E) $7\sqrt{3}$

Çözüm 35



$|AO|$ uzunluğu $s(A)$ açısının açıortayıdır.

$|AB|$ çembere teğet olduğuna göre,

O merkezinden teğete çizilen dikme = r olsun.

$r = \text{yarıçap}$

AOH üçgeni, 30 – 60 – 90 üçgeni olduğuna göre,

$$|AO| = 8\sqrt{3} \Rightarrow |AH| = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow r = |OH| = (4\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot 3 = 12$$

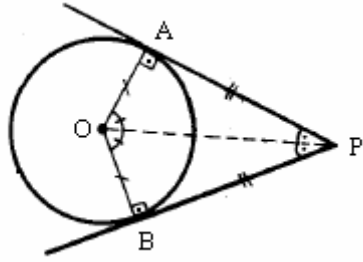
Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

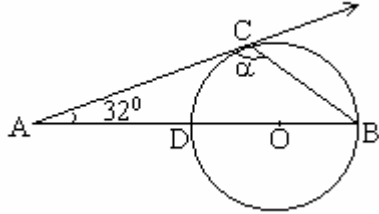
60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

Not :



[OP] açıortaydır.

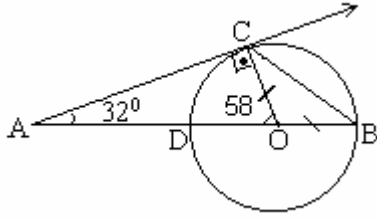
36.



Şekildeki [AC ışını, O merkezli çembere C noktasında teğet olduğuna göre,
 $m(\text{ACB}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 115 B) 116 C) 117 D) 118 E) 119

Çözüm 36



Çemberin merkezinden C noktasına çizilen $|OC|$, teğete diktir.

O halde, $32 + s(O) + 90 = 180 \Rightarrow s(O) = 58$ olur.

$|OC|=|OB|$ olduğuna göre, COB üçgeni ikizkenardır.

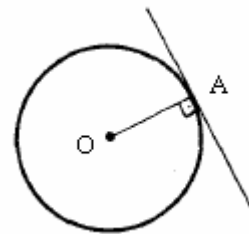
Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna göre,

$$s(B) + s(C) = 58 \Rightarrow s(B) = s(C) = 29$$

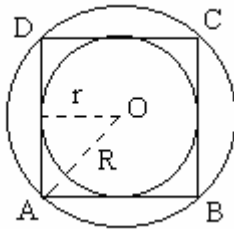
$$\alpha = 90 + 29 = 119 \text{ bulunur.}$$

Not :

Yarıçap teğete değme noktasında diktir.



37.

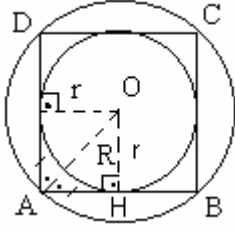


Şekildeki O merkezli iki çember, ABCD karesinin iç teğet ve çevrel çemberidir.

Çevrel çemberin alanının iç teğet çemberin alanına oranı kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 37



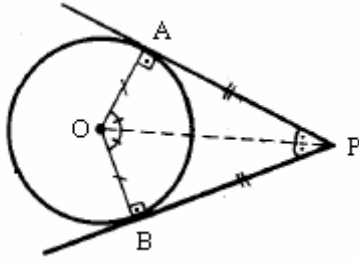
$|AO|$ açıortaydır.

$s(A) = 90 \Rightarrow AOH$ üçgeni, ikizkenar üçgen olur.

$$R^2 = r^2 + r^2 \Rightarrow R = \sqrt{2} r$$

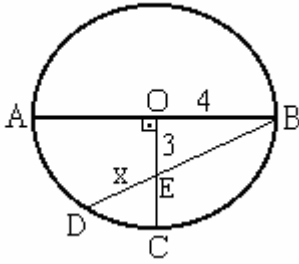
$$\frac{\text{çevrel çemberin alanı}}{\text{iç teğet çemberin alanı}} = \frac{\pi \cdot R^2}{\pi \cdot r^2} = \frac{\pi \cdot (\sqrt{2}r)^2}{\pi \cdot r^2} = 2$$

Not :



$[OP]$ açıortaydır.

38.



O çemberin merkezi

$$m(\angle AOC) = 90^\circ$$

$$|OB| = 4 \text{ cm}$$

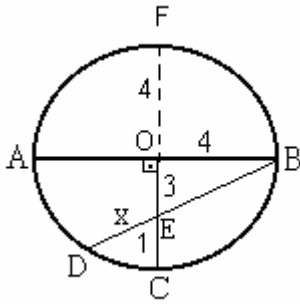
$$|OE| = 3 \text{ cm}$$

$$|DE| = x \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|DE| = x$ kaç cm dir?

- A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm 38



EOB üçgeninde $|EB| = 5$ ($|BE|^2 = 3^2 + 4^2$)

Yarıçapı $|OB| = 4 \Rightarrow |EC| = 1$ olur.

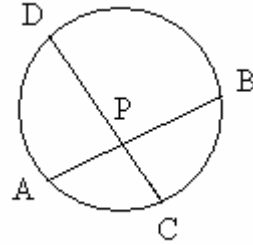
O noktasından, F noktasına çizilen uzunluk $|OF| = 4$

Çemberde kuvvet bağıntısına göre,

$$|EC| \cdot |EF| = |DE| \cdot |EB| \Rightarrow 1 \cdot 7 = x \cdot 5 \Rightarrow x = \frac{7}{5}$$

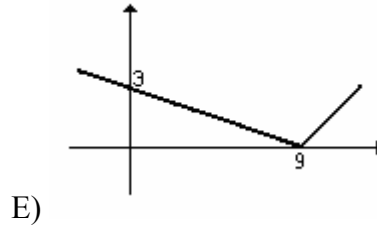
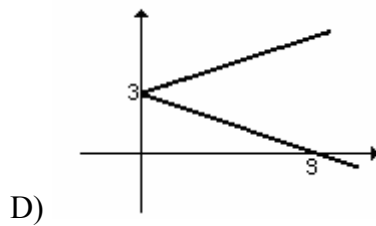
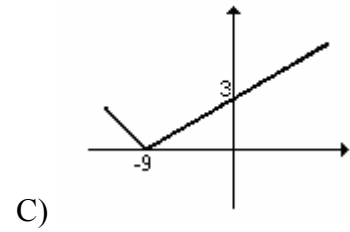
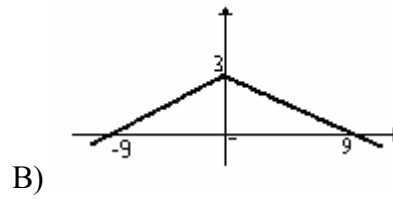
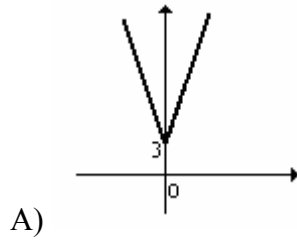
Not : Çemberde kuvvet bağıntıları

P noktası çemberin içinde ve biri çemberi A ve B noktalarında, diğeri C ve D noktalarında kesen, iki kesen çizilirse,



$$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| \text{ olur.}$$

39. $|3y - 9| - x = 0$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

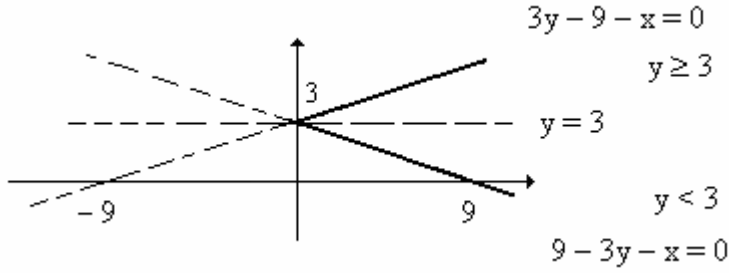


Çözüm 39

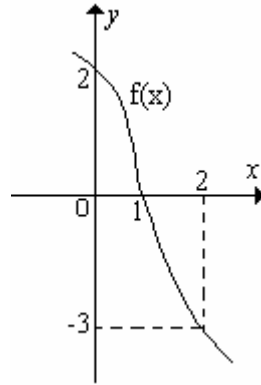
$$|3y - 9| - x = 0 \Rightarrow 3y - 9 = 0 \Rightarrow y = 3 \text{ olur. (} y = 3 \text{ için } x = 0 \text{ olur.)}$$

$$y \geq 3 \Rightarrow 3y - 9 - x = 0 \text{ (} x = 0 \text{ için } y = 3 \text{ olur. } y = 0 \text{ için } x = -9 \text{ bulunur.)}$$

$$y < 3 \Rightarrow 9 - 3y - x = 0 \text{ (} x = 0 \text{ için } y = 3 \text{ olur. } y = 0 \text{ için } x = 9 \text{ bulunur.)}$$



40.



Yukarıdaki grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu $[0, 2]$ de bire-bir ve örtendir.

Buna göre, $\frac{f(2) + f^{-1}(2)}{f(f(1))}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm 40

$$\frac{f(2) + f^{-1}(2)}{f(f(1))} = \frac{(-3) + 0}{f(0)} = \frac{-3}{2}$$

41. $f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$ $f(x) = \frac{ax - 4}{3x - b}$ veriliyor.

$f(x)$ fonksiyonu bire-bir ve örten olduğuna göre, (a, b) sıralı ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (5, 4) B) (2, 3) C) (2, 6) D) (6, 6) E) (9, 6)

Çözüm 41

Tanım kümesi : $\mathbb{R} - \{2\}$ olduğuna göre,

$f(x)$ fonksiyonunun paydası $x = 2$ için sıfır olduğu anlaşılır.

Buna göre, $3x - b = 3 \cdot 2 - b = 0 \Rightarrow b = 6$ olur.

$f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\} \Rightarrow f^{-1} : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x) = \frac{bx - 4}{3x - a}$ olur.

$f^{-1}(x)$ fonksiyonunda, paydası $x = 3$ için sıfır olacağına göre,

$3x - a = 3 \cdot 3 - a = 0 \Rightarrow a = 9$ olur.

(a, b) sıralı ikilisi = (9, 6) bulunur.

Not : Ters Fonksiyon

I) $f(x) = ax + b \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$

I) $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$

42. $4x - 5y + 20 = 0$ doğrusunun $A(3, 1)$ noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

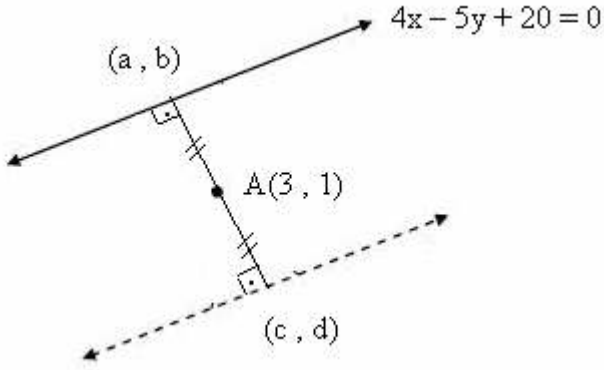
- A) $4x - 5y - 34 = 0$ B) $4x - 5y - 13 = 0$ C) $4x - 5y - 7 = 0$
D) $5y - 4x - 5 = 0$ E) $5y - 4x - 3 = 0$

Çözüm 42

I. Yol

$4x - 5y + 20 = 0$ doğrusunun $A(3, 1)$ noktasına göre simetriği olacağına göre,

A noktası orta noktadır.



$$3 = \frac{a+c}{2} \Rightarrow a+c=6 \Rightarrow a=6-c$$

$$1 = \frac{b+d}{2} \Rightarrow b+d=2 \Rightarrow b=2-d$$

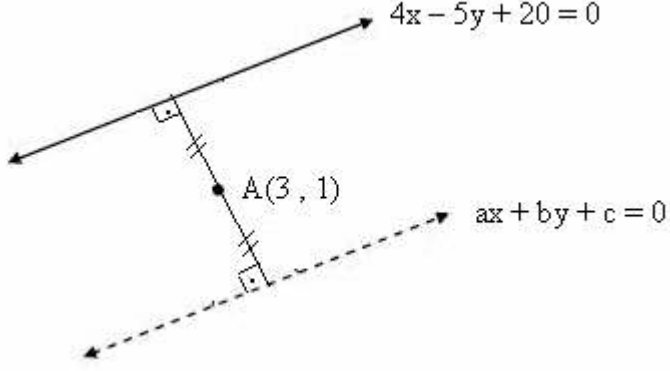
$(a, b) = (6-c, 2-d) \Rightarrow 4x - 5y + 20 = 0$ doğrusu (a, b) noktasını sağlayacağından,

$$4a - 5b + 20 = 0 \Rightarrow 4(6-c) - 5(2-d) + 20 = 0$$

$$\Rightarrow 4c - 5d - 34 = 0 \Leftrightarrow 4x - 5y - 34 = 0$$

II. Yol

$4x - 5y + 20 = 0$ doğrusunun $A(3, 1)$ noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemi, $ax + by + c = 0$ olsun.



Paralel doğruların eğimi eşit olduğundan,

$(4x - 5y + 20 = 0) // (ax + by + c = 0)$ olduğu için $a = 4$ ve $b = -5$ olur.

$$\Rightarrow 4x - 5y + c = 0$$

$4x - 5y + 20 = 0$ doğrusunun $A(3, 1)$ noktasına göre simetriği olacağına göre,

$4x - 5y + 20 = 0$ doğrusunun $A(3, 1)$ noktasına uzaklığı ile

$4x - 5y + c = 0$ doğrusunun $A(3, 1)$ noktasına uzaklığı eşittir.

O halde,

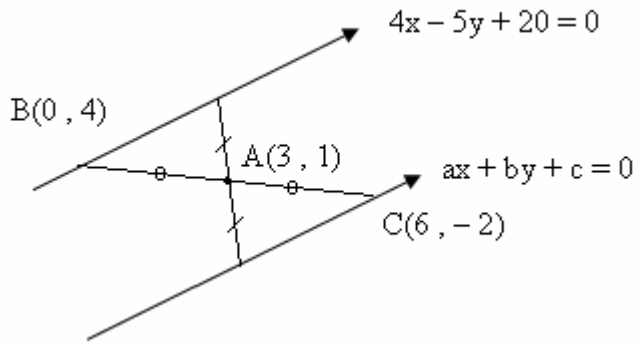
$$4x - 5y + 20 = 0 \text{ doğrusunun } A(3, 1) \text{ noktasına uzaklığı} = \frac{|4 \cdot 3 - 5 \cdot 1 + 20|}{\sqrt{4^2 + (-5)^2}} = \frac{27}{\sqrt{41}}$$

$$4x - 5y + c = 0 \text{ doğrusunun } A(3, 1) \text{ noktasına uzaklığı} = \frac{|4 \cdot 3 - 5 \cdot 1 + c|}{\sqrt{4^2 + (-5)^2}} = \frac{|7 + c|}{\sqrt{41}}$$

$$|7 + c| = 27 \Rightarrow -(7 + c) = 27 \Rightarrow c = -34$$

$$4x - 5y + c = 0 \Rightarrow 4x - 5y - 34 = 0 \text{ bulunur.}$$

III. Yol



$4x - 5y + 20 = 0$ doğrusunun $A(3, 1)$ noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemi, $ax + by + c = 0$ olsun.

$4x - 5y + 20 = 0$ doğrusu üzerindeki her noktanın A noktasına göre simetrikleri $ax + by + c = 0$ doğrusu üzerindedir.

$4x - 5y + 20 = 0$ doğrusu üzerinde bir B noktası seçelim.

$$x = 0 \text{ için } y = 4 \Rightarrow B(0, 4)$$

A noktası orta nokta olduğuna göre B nin A noktasına göre simetriği, $C(6, -2)$ olur.

$ax + by + c = 0$ doğrusunun denklemi : $4x - 5y + c = 0$ biçimindedir.

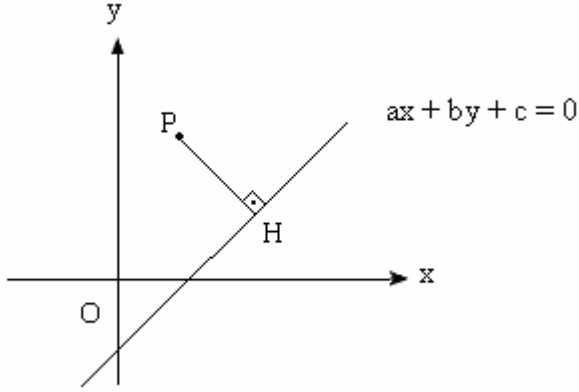
$C(6, -2)$ noktası bu denklemi sağlar.

$$4 \cdot 6 - 5 \cdot (-2) + c = 0 \Rightarrow c = -34$$

$$4x - 5y - 34 = 0 \text{ elde edilir.}$$

Not : Bir noktanın bir doğruya uzaklığı

$P(x_1, y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna uzaklığı,



$$\Rightarrow |PH| = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ dir.}$$

43. $y = ax^2 - 8x + 2a - 4$ eğrisi x-eksenine teğet olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -5 B) -3 C) -2 D) 3 E) 8

Çözüm 43

y eğrisinin x-eksenine teğet olması için,

$ax^2 - 8x + 2a - 4 = 0$ denkleminin çakışık iki kökünün olması gerekir.

Bunun için, $\Delta = 0$ olmalıdır.

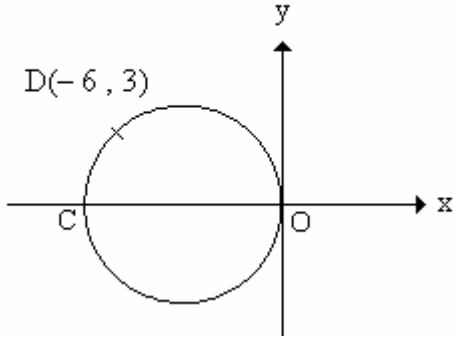
$$\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = (-8)^2 - 4.a.(2a - 4) = 0$$

$$a^2 - 2a - 8 = 0 \Rightarrow (a - 4).(a + 2) = 0$$

$$a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

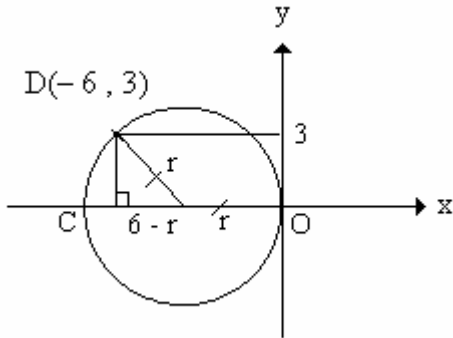
44.



Şekildeki [OC] çaplı çember D(-6, 3) noktasından geçtiğine göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) $\frac{17}{4}$ B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{13}{4}$ D) 4 E) 3

Çözüm 44



Çemberin yarıçapı = r olsun.

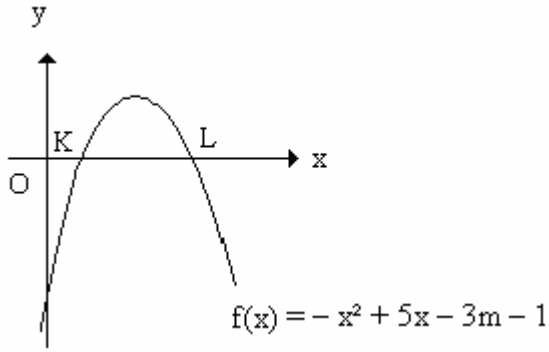
$$r^2 = 3^2 + (6 - r)^2 \quad (\text{pisagor})$$

$$r^2 = 9 + 36 - 12r + r^2$$

$$12r = 45$$

$$r = \frac{45}{12} = \frac{15}{4}$$

45.



Yukarıdaki şekilde, denklemi $y = -x^2 + 5x - 3m - 1$ olan fonksiyonun grafiği verilmiştir.

$|OL| = 4|OK|$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm 45

$|OL| = 4|OK|$ olduğuna göre,

$|OK| = a$ olsun. $\Rightarrow |OL| = 4a$

K noktası : $(a, 0)$ olsun.

$K(a, 0) \Rightarrow y = f(a) = -a^2 + 5a - 3m - 1 = 0$

L noktası : $(4a, 0)$

$L(4a, 0) \Rightarrow y = f(4a) = -(4a)^2 + 5 \cdot 4a - 3m - 1 = 0$

$-a^2 + 5a - 3m - 1 = -(4a)^2 + 5 \cdot 4a - 3m - 1$

$-a^2 + 5a = -16a^2 + 20a$

$15a^2 = 15a \Rightarrow a = 1$

$(a, 0)$ için $f(a) = 0$ olduğundan, $f(1) = -1^2 + 5 \cdot 1 - 3m - 1 = 0 \Rightarrow 3 - 3m = 0 \Rightarrow m = 1$

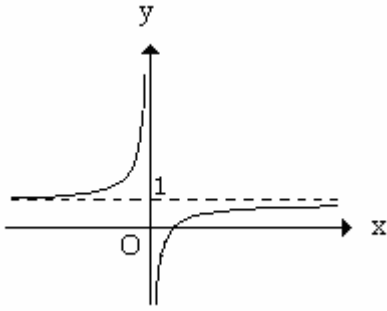
46. $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos x - \frac{1}{2}}$ değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) 0 D) -1 E) $-\sqrt{3}$

Çözüm 46

$$\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos x - \frac{1}{2}} = \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sin \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}} = -1$$

47.



Şekildeki grafik, aşağıdaki fonksiyonların hangisine ait olabilir?

- A) $y = \frac{x-1}{x}$ B) $y = \frac{x+1}{x}$ C) $y = \frac{x}{x-1}$ D) $y = \frac{x+1}{x-1}$ E) $y = \frac{x-1}{x+1}$

Çözüm 47

Yatay asimtot, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

Düşey asimtotu, $x = 0$

$y = 0$ için $x > 0$ olduğundan, $y = \frac{x-1}{x}$ olur.

48. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^3 + 6x^2 + kx$ veriliyor.

$f(x)$ fonksiyonu $(-\infty, +\infty)$ aralığında artan olduğuna göre,

k için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $k = -7$ B) $k = -1$ C) $k < -2$ D) $k < 0$ E) $k > 12$

Çözüm 48

f nin $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ aralığında artan olması için $\forall x \in \mathbb{R}$ de $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$f'(x) = 3x^2 + 12x + k$ ifadesinin daima pozitif olması için, $a > 0$ ve $\Delta < 0$ olmalıdır.

$$a = 3 > 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow 12^2 - 4 \cdot 3 \cdot k < 0 \Rightarrow 144 < 12k \Rightarrow k > 12$$

49. $3y - 3yx - 2x = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3y-2}{3-x}$ B) $\frac{3y+2}{3-3x}$ C) $\frac{x-2}{3+x}$ D) $\frac{3x+2}{3y}$ E) $\frac{3x-2}{1-3y}$

Çözüm 49

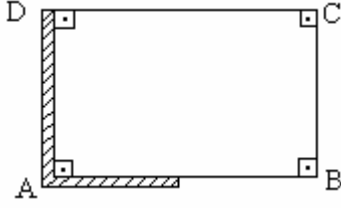
$$3y - 3yx - 2x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y' = -\frac{x'e \text{ göre türev}(y \text{ sabit})}{y'ye \text{ göre türev}(x \text{ sabit})} = -\frac{-3y-2}{3-3x} = \frac{3y+2}{3-3x}$$

Not : Kapalı fonksiyonun türevi

$F(x, y) = 0$ bağıntısından en az bir $y = f(x)$ fonksiyonu tanımlanabiliyorsa, bu bağıntıya y nin x 'e göre bir kapalı fonksiyonu denir.

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{x'e \text{ göre türev}(y \text{ sabit})}{y'ye \text{ göre türev}(x \text{ sabit})}$$

50.

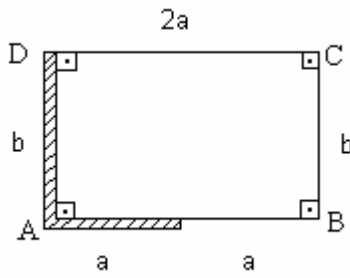


Bir dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin [AD] kenarının tümü ile [AB] kenarının yarısına
şekildeki gibi duvar örülmüş, kenarlarının geriye kalan kısmına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 120 m olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç m^2 olabilir?

- A) 1,200 B) 1,250 C) 2,300 D) 2,350 E) 2,400

Çözüm 50



$$|AB| = |DC| = 2a, \quad |BC| = |AD| = b \text{ olsun.}$$

$$2a + a + b = 120$$

$$3a + b = 120$$

$$b = 120 - 3a$$

$$\text{Alan (ABCD)} = 2a \cdot b = 2a \cdot (120 - 3a) = 240a - 6a^2$$

$$A'(a) = 0$$

$$A'(a) = 240 - 12a = 0 \Rightarrow a = 20 \text{ ve } b = 60 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Alan (ABCD)} = 2a \cdot b = 2 \cdot 20 \cdot 60 = 2,400 \text{ olur.}$$

51. $\int \frac{5x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}} dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ B) $\frac{5}{3} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ C) $\frac{4}{3} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

D) $-\frac{5}{3} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ E) $-\frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

Çözüm 51

$$\int \frac{5x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}} dx$$

$x^3 + 2 = t$ dönüşümü yapalım.

$$3x^2 dx = dt \Rightarrow x^2 dx = \frac{dt}{3} \text{ olur.}$$

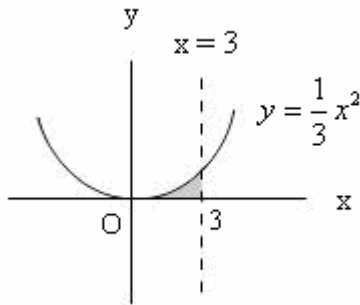
$$\int \frac{5 \cdot \frac{dt}{3}}{\sqrt[4]{t}} = \frac{5}{3} \int \frac{dt}{\sqrt[4]{t}} = \frac{5}{3} \int \frac{dt}{t^{\frac{1}{4}}} = \frac{5}{3} \int t^{\frac{-1}{4}} dt = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{t^{\frac{-1}{4}+1}}{\frac{-1}{4}+1} \right) + c = \frac{20}{9} t^{\frac{3}{4}} + c = \frac{20}{9} \sqrt[4]{t^3} + c$$

$$x^3 + 2 = t \text{ olduğundan, } \frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c \text{ olur.}$$

52. $y = \frac{1}{3}x^2$ eğrisi, $x = 3$ doğrusu ve x -ekseni ile sınırlı bölgenin x -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

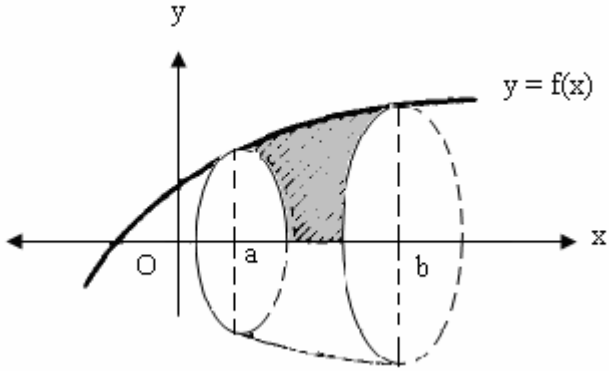
- A) $\frac{13\pi}{4}$ B) $\frac{17\pi}{4}$ C) $\frac{19\pi}{5}$ D) $\frac{27\pi}{5}$ E) $\frac{32\pi}{5}$

Çözüm 52



$$V = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^2 \right)^2 dx = \frac{\pi}{9} \int_0^3 x^4 dx \Rightarrow V = \frac{\pi}{9} \cdot \left(\frac{x^5}{5} \Big|_0^3 \right) = \frac{\pi}{9} \cdot \left(\frac{3^5}{5} - 0 \right) \Rightarrow V = \frac{27\pi}{5}$$

Not : Dönel cisimlerin hacmi (x ekseninde dönme)



$y = f(x)$ eğrisi ile $x = a$, $x = b$, $y = 0$ doğrularının belirttiği şekildeki taralı bölgenin x ekseninde 360° döndürülmesi ile oluşacak dönel cismin hacmi,

$$H = \pi \int_a^b y^2 dx \text{ ya da } H = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx \text{ olur.}$$

53. $\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

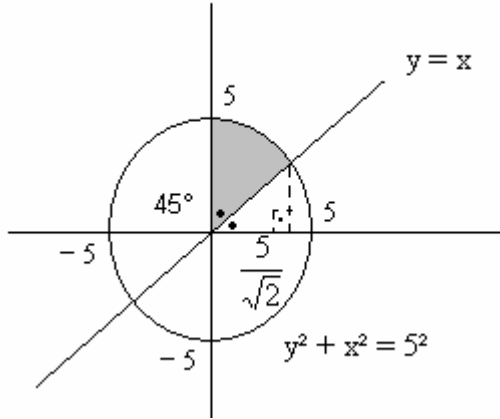
- A) $\frac{25\pi}{4}$ B) $\frac{25\pi}{8}$ C) 16π D) 36 E) 45

Çözüm 53

I. Yol

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx$$

$[0, \frac{5}{\sqrt{2}}]$ aralığında, $y = \sqrt{25-x^2}$ ($y^2 + x^2 = 5^2$) çember yayının altındaki alanın $y = x$ doğrusu altındaki alandan farkını ifade etmektedir.



O halde integralin değeri, yarıçapı = 5 birim olan çemberin alanının $\frac{1}{8}$ katına eşittir.

(x eksenineyle $y = x$ doğrusu arasındaki açı = 45° olduğu görülür.)

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot 5^2 = \frac{25\pi}{8}$$

II. Yol

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx = \int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \sqrt{25-x^2} dx - \int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} x dx$$

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \sqrt{25-x^2} dx$$

$x = 5\sin t$ değişken değiştirmesi yapılırsa $dx = 5\cos t dt$ olur.

$x = 0$ için $t = 0$

$$x = \frac{5}{\sqrt{2}} \text{ için } t = \frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \sqrt{25-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{25(1-\sin^2 t)} 5\cos t dt = 5 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{25\cos^2 t} \cos t dt = 5 \int_0^{\frac{\pi}{4}} 5\cos t \cdot \cos t dt$$

$$= 25 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = 25 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2t + 1}{2} dt = \frac{25}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \sin 2t + t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{25}{4} + \frac{25\pi}{8}$$

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx = \int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \sqrt{25-x^2} dx - \int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} x dx = \frac{25}{4} + \frac{25\pi}{8} - \frac{25}{4} = \frac{25\pi}{8}$$

Not :

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA